ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 30 JUIN 1941.

PRÉSIDENCE DE M. HYACINTHE VINCENT.



MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur les définitions analytiques du continu.* Note de M. DIMITRI RIABOUCHINSKY.

Dans les *Discorsi* (¹), parus en 1638, Galilée compare entre eux, par le procédé de correspondance univoque et réciproque, les ensembles infinis des points de deux segments rectilignes d'inégale longueur, ainsi que ceux des nombres entiers positifs et de leurs carrés, et attire l'attention sur le caractère antinomique des résultats auxquels on aboutit ainsi.

La notion des infinis de divers ordres, entrevue mais aussitôt écartée par Galilée, ne commence à se préciser que longtemps après la mort de cet homme de génie. La théorie de l'infinie multiplicité des infiniment grands et petits est développée par Euler dans diverses publications, par exemple dans le Chapitre III des *Institutiones calculi differentialis* (Saint-Pétersbourg, 1755), mais je ne sais s'il a jamais discuté dans le jour de cette théorie la démonstration de Galilée. Cauchy commente cette dernière comme suit : « puisque l'hypothèse de la suite actuellement prolongée à l'infini entraîne des contradictions manifestes, cette hypothèse doit être rejetée ». Cantor et Dedekind voient au contraire dans ces contradictions les caractéristiques

---

(¹) Traduits en allemand par von OETTINGEN, *Oswalds Klassiker der Exakten Wissenschaften*, nº 11, 4ᵉ édit., Leipzig, 1917; CAUCHY, *Sept leçons de Physique générale*, Paris, 1885, p. 18.

des nombres transfinis [2]. *Définition de Cantor :* En désignant par ω le premier des nombres transfinis venant après tous les entiers, on a $1+\omega=\omega<\omega+1$. *Définition de Dedekind :* Un ensemble est transfini si l'une au moins de ses parties lui est équivalente, est fini dans le cas contraire.

Dans la présente Note, je cherche à interpréter l'antinomie de Galilée et le problème de la définition analytique du continu en me basant sur le concept de l'origine d'un nombre que j'ai défini précédemment [3].

1. Soient l et $2l$ la longueur des segments rectilignes parallèles ab et AB (*fig.* 1). Partageons chacun de ces segments, en traçant $n-1$ coupures issues du centre O, en n parties égales de longueur respective $C=l/n$ et $C_1=2l/n$. En faisant croître n indéfiniment et en effectuant l'opération du passage à la limite, c'est-à-dire en substituant à $1/n$ l'opérateur $L(1)=0$ et à n l'opérateur $L^{-1}(1)=\infty$, on réduit la longueur de ces parties à zéro, $C=0=L(l)$, $C_1=0=L(2l)$, et l'on obtient ainsi, sur les segments ab et AB, des *points d'origine* différente, mais en *nombre transillimité* égal.

Partageons maintenant les segments ab et AB respectivement en n et $2n$ parties en traçant les deux systèmes de coupures parallèles indiquées sur la figure 2. On fait correspondre ainsi à chaque élément de longueur $C=l/n$ de ab deux éléments de même longueur $C_1=C_2=2l/2n=l/n$ de AB. En répétant le raisonnement du cas précédent, on obtient $L^{-1}(1)$ points sur ab et $2L^{-1}(1)$ points sur AB, tandis que l'origine $L(l)$ des points de ces deux ensembles est la même.

Il est facile de démontrer que, chaque fois que l'origine des points de deux segments de longueur différente est la même, leur nombre transillimité (leur puissance) est proportionnel à la longueur de ces segments. Il suffit en effet de rejeter le centre O (*fig.* 1) à l'infini et de constater que l'origine des points et leur puissance *par unité de longueur* sont les mêmes sur les segments ab et AB. Aucune des parties de l'ensemble transfini des points d'un segment ne saurait être, dans ces conditions, équivalente à tout l'ensemble. La définition précitée de Dedekind est ainsi mise en défaut.

2. Considérons deux ensembles transillimités d'origine différente de nombres entiers en suite naturelle, $E_1[1, 2, \ldots, k, \ldots, L^{-1}(1)]$

---

(2) Le recours au procédé des hypothèses et des définitions *légitimant* des contradictions qu'on ne parvient pas à lever, a joué, ces 60 dernières années, un rôle considérable en Mathématique et en Physique théorique.

(3) *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 677.

et $E_2[1, 2, \ldots, k, \ldots, k^2, \ldots, L^{-1}(1), \ldots, L^{-2}(1)]$. Le rapport des puissances de E_2 et E_1 étant $L^{-1}(1)$, on ne saurait établir une correspondance univoque entre leurs éléments, mais on peut évidemment, en isolant les nombres carrés figurant dans l'ensemble E_2, former l'ensemble $E_3[1, 4, \ldots, k^2, \ldots, L^{-2}(1)]$, partie intégrante de E_2, et établir une

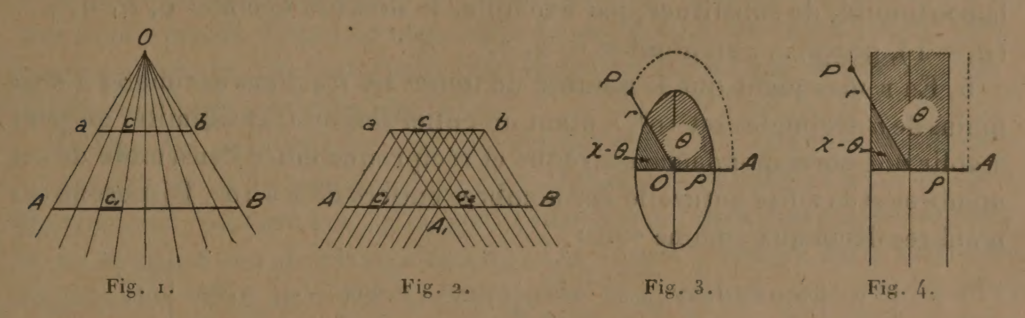


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3. Fig. 4.

correspondance univoque et réciproque entre les éléments des ensembles E_1 et E_3, sans avoir recours à l'affirmation contradictoire que E_3 est équivalente à une partie intégrante de E_1. C. Q. F. D.

3. Pour donner une interprétation géométrique des nombres transillimités, j'exposerai succinctement la théorie des coordonnées polaires *paraboliques*. Soit σ l'aire, comptée depuis l'axe Ox, des secteurs d'une conique $x^2 + \varepsilon y^2 = \rho^2$ et nommons θ le double de l'aire σ rapportée au carré de l'unité de longueur du *module* ρ, $\theta = 2\sigma : \rho^2$. On peut définir les coordonnées d'un point P (*fig.* 3) en posant $x = \rho(x:\rho) = \rho \cos_\varepsilon \theta = \rho \cos\sqrt{\varepsilon}\theta$, $y = \rho(y:\rho) = \rho \sin_\varepsilon \theta = \rho(\sin\sqrt{\varepsilon}\theta : \sqrt{\varepsilon})$. Lorsque le point P, en se déplaçant sur la conique dans le sens positif, revient au point de départ, l'amplitude θ augmente de $2\chi = 2\pi : \sqrt{\varepsilon}$. Toutes les amplitudes θ, qui sont limitées par le même rayon r qu'une amplitude donnée α, sont comprises dans la formule $\theta = 2m\chi + \alpha$, où m est un entier positif, nul ou négatif. En faisant tendre ε vers zéro et en effectuant l'opération du passage à la limite, $\varepsilon = 0 = L(1)$, l'ellipse (*fig.* 3) dégénère en deux droites parallèles (*fig.* 4), et $2\chi = 2\pi L^{-1}(1)$ devient la période transillimitée des cosinus et sinus paraboliques : $cp\theta = (e^{k\theta} + e^{-k\theta}) : 2$, $sp\theta = (e^{k\theta} - e^{-k\theta}) : 2k$, $k = L(\sqrt{-1})$. On a $2m\chi + 1 = 1 + 2m\chi > 2m\chi$, et la définition précitée de Cantor n'est pas applicable à ces nombres transillimités.

4. Si l'on convient de tenir compte du concept de l'origine d'un nombre, la définition de Weierstrass : « deux nombres sont dits égaux s'ils ne diffèrent entre eux que d'un nombre indéfiniment plus petit », doit être

modifiée comme suit : « deux nombres, dont les valeurs numériques ne diffèrent entre elles que de la valeur numérique d'un nombre réduit à zéro par un passage à la limite, ont la même valeur numérique, mais leur origine, et par conséquent les nombres eux-mêmes, ne sont pas égaux ». Si l'on se place à ce point de vue, il faut s'abstenir, lorsqu'on discute le problème de la continuité, de substituer, par exemple, le nombre décimal $0, a_1\, a_2 \ldots (a_n - 1), 99999\ldots$ au nombre $0, a_1\, a_2 \ldots a_n$.

5. En remarquant que le nombre de toutes les fractions décimales à n ou moins de n décimales est 10^n, n étant un entier fini ou transillimité, on peut établir une correspondance univoque et réciproque entre l'ensemble de ces nombres et la suite naturelle des nombres entiers de 1 à 10^n. Disposons ces nombres décimaux comme suit :

0	0,01	0,02	...	0,09	0,001	0,002	...	0,099	...
0,1	0,11	0,12	...	0,19	0,101	0,102	...	0,199	...
...	....	....	...	....	.....	.....	...	.....	...
0,9	0,91	0,92	...	0,99	0,901	0,902	...	0,999	...

En effectuant le dénombrement par colonnes, on trouve que le numéro de la fraction $0, a_1 a_2 \ldots a_n$, pour $n > 1$, est

$$10^{n-1} + 10(a_2 a_3 \ldots a_n - a_2 a_3 \ldots a_{n-1} - 1) + a_1 + 1.$$

Par exemple le numéro de la fraction 0,0325 est

$$10(325 - 32 - 1) + 0 + 1 = 3921.$$

6. Mettons la fraction décimale transillimitée $A = 0, a_1 a_2 \ldots a_n \ldots$, où $n = L^{-1}(1)$, sous la forme $A = 0, a_1 a_2 \ldots a_n + 0 = 0, a_1 a_2 \ldots a_n + 10^{-n} B$. Nous conviendrons de dire que $0, a_1 a_2 \ldots a_n$ définit la valeur numérique ou rationnelle du nombre décimal considéré et B son origine. Si B est un nombre rationnel, on dira que le nombre décimal A l'est également et, dans le cas contraire, que A est irrationnel ou transcendant.

CHALEUR. — *Sur un dilatomètre non différentiel.* Note de M. **Georges Charpy.**

Depuis les travaux d'Henry Le Chatelier sur la mesure des dilatations aux températures élevées, la méthode dilatométrique a été très fréquemment employée pour étudier les transformations des métaux, et notamment

des aciers. La plupart des dispositifs utilisés pour ces recherches dérivent de la méthode différentielle à laquelle H. Le Chatelier avait donné une forme particulièrement simple et précise, appliquée d'abord dans ses études sur la dilatation des pâtes céramiques en 1898, puis dans celles relatives aux transformations des aciers en 1899. J'ai moi-même, en collaboration avec M. Louis Grenet, utilisé une variante de ce dispositif, comportant l'emploi du four électrique, dans des études sur la dilatation des aciers publiées en 1902 et 1903 [1].

Différentes dispositions ont été employées pour atténuer l'influence d'une différence de température entre l'échantillon étudié et celui qui sert de terme de comparaison, principale cause d'erreur que l'on puisse redouter dans l'application de cette méthode. On arrive à rendre cette influence négligeable tant que les variations de température sont uniquement causées par l'appareil de chauffage, et qu'on peut les régler et les modérer à volonté; mais il n'en est plus de même dans les périodes où un des deux échantillons comparés subit une transformation d'ordre physicochimique donnant lieu à un phénomène thermique. Il se produit forcément alors entre les deux échantillons des différences de température qui se modifient rapidement sans qu'on puisse influer sur leur développement, ni même les évaluer exactement, et qui gênent beaucoup l'analyse du phénomène que l'on a en vue. Il paraît donc désirable, au moins dans certains cas, de pouvoir suivre les variations de dimensions du corps que l'on veut étudier en les rapportant à un étalon de longueur qui soit lui-même maintenu à température constante et ne présente pas de variation propre au cours de l'expérience. J'ai essayé, dans ce but, différents dispositifs, et crois pouvoir indiquer comme donnant certains résultats intéressants, celui auquel je me suis arrêté en dernier lieu; il a été réalisé avec le concours de M. Pierre Pingault.

L'échantillon dont on veut suivre la dilatation, taillé en forme de cylindre ou de prisme, est disposé horizontalement en XY (*fig.* 1); il repose, à une de ses extrémités, X, sur la partie supérieure, taillée en biseau, d'une tige T, en silice, fixée dans une position verticale; l'autre extrémité, Y, repose sur un autre biseau, taillé à la surface d'un arbre en silice, A_1, A_2, soutenu horizontalement par deux supports, S_1, S_2, sur lesquels viennent s'appuyer deux pointes réglables, P_1, P_2.

---

(1) *Comptes rendus*, **134**, 1902, pp. 540 et 598; **136**, 1903, p. 92; G. Charpy et L. Grenet, *Bull. Soc. Encouragement Industrie nationale*, **102**, avril 1903, p. 464.

Les dilatations ou contractions de XY se transforment ainsi en des rotations autour de l'axe $P_1 P_2$, que l'on peut mesurer en fixant un miroir M à l'extrémité de l'arbre; la distance de l'axe $P_1 P_2$ au point de contact des deux biseaux, en Y, permet de fixer l'amplification.

L'échantillon XY est chauffé dans un four électrique composé de deux parties indépendantes. La partie inférieure (représentée schématiquement sur la figure) laisse passer la tige T en β et l'arbre $A_1 A_2$ en α_1, α_2. La partie supérieure (non représentée) peut être enlevée pour faciliter la mise en place de l'échantillon et vient ensuite reposer sur la précédente suivant un plan horizontal.

On réalise ainsi une enceinte chauffante qui peut être complètement fermée, en dehors des orifices α_1 et α_2, et à l'extérieur de laquelle se trouvent toutes les parties délicates de l'appareil. Au centre de cette enceinte est placé l'échantillon à étudier. Il est percé en son milieu d'un petit trou dans lequel on vient loger la soudure d'un couple thermoélectrique, formé de fils n'ayant que 2/10e de millimètre de diamètre, et ne pouvant, par suite, troubler en rien les déplacements dus aux dilatations.

Un deuxième miroir, placé à l'extrémité A_2 de l'arbre, et non représenté sur la figure, est réservé aux enregistrements photographiques, le premier permettant le pointage direct avec une échelle graduée, ce qui est très souvent utile pour faciliter l'interprétation d'un tracé ou en suivre un détail avec une forte amplification.

Cet appareil réduit au minimum les transmissions intermédiaires, qui peuvent toujours être des causes d'erreur, et permet néanmoins de grandes amplifications; celles-ci sont nécessaires pour qu'on puisse employer de petits échantillons, et admettre que la température est bien la même en tous leurs points.

La distance entre XY et $P_1 P_2$ peut facilement être réglée au moyen des pointes P_1 et P_2 et se réduire à 2^{mm} ou 3^{mm}, ce qui conduit, avec les miroirs usuels de 1^m de rayon, à amplifier jusqu'à 1000 fois.

Les dimensions transversales de l'échantillon peuvent être également très réduites; il suffit qu'il soit assez rigide pour ne pas fléchir et assez lourd pour déplacer l'arbre; mais celui-ci est monté comme un fléau de balance et ne nécessite que des efforts très faibles. Pratiquement, il faut arriver à des diamètres de 5^{mm} à 6^{mm} et des longueurs de 25^{mm} à 50^{mm}. L'insertion de la soudure du pyromètre dans l'échantillon même ne présente pas ici de difficulté et paraît bien être nécessaire pour toute mesure précise.

Enfin la possibilité de fermer presque complètement l'enceinte de chauffage, qui est très favorable à l'uniformisation des températures, permet aussi de former une atmosphère de gaz neutre autour de l'échantillon et de ralentir l'oxydation; celle-ci est très gênante avec le fer dès que l'on arrive aux températures de 750° ou 800°, car il se forme très

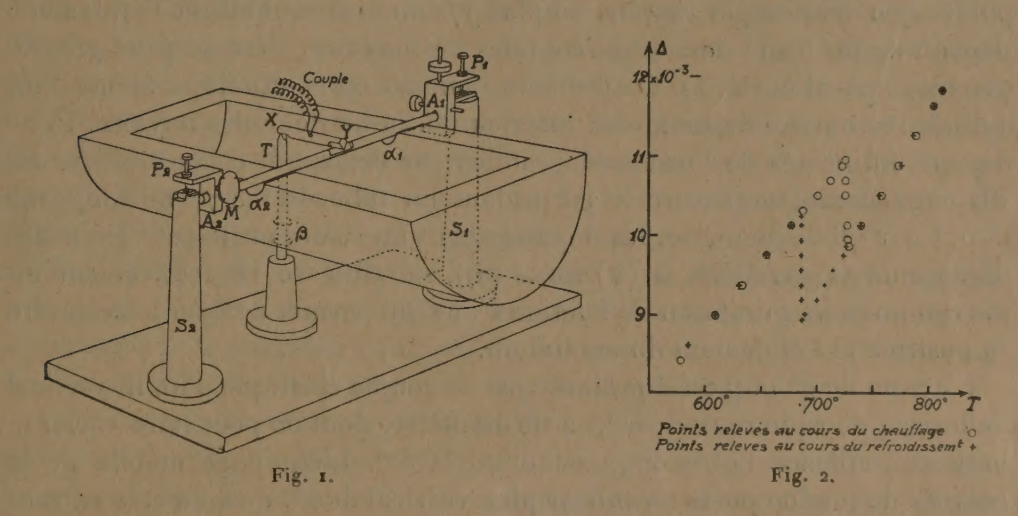


Fig. 1.

Fig. 2.

rapidement, entre l'échantillon et les corps sur lesquels il s'appuie, de l'oxyde qui produit des déplacements non négligeables.

Ayant l'intention de revenir ultérieurement sur certaines particularités observées avec cet appareil, je donnerai seulement ici, à titre d'exemple, un tracé obtenu avec un acier ayant à très peu près la composition de la perlite (*fig.* 2).

La superposition complète des tracés à l'échauffement et au refroidissement dans les régions où il n'y a pas de transformation, et l'alignement parfait des points relevés pendant la transformation permettent de conclure au fonctionnement régulier de l'appareil.

MAGNÉTISME. — *Une installation pour la mesure des susceptibilités des corps faiblement magnétiques.* Note de M. **Blas Cabrera**, Mlles **Odette Amiot** et **Hélène Colson**.

En principe, cette installation réalise la méthode instituée par Faraday : utiliser l'action du champ non uniforme produit entre les pièces polaires d'un électroaimant. Les surfaces frontales des noyaux sont cylindriques,

à génératrices verticales et à section parabolique d'axe (y). Le champ présente une symétrie axiale par rapport à (y) et à l'axe vertical (z) équidistant des pièces polaires et rencontrant (y) en O. On considère l'action F du champ sur la masse m d'un corps de susceptibilité χ ([1]), parallèlement à l'axe ($x'Ox$) perpendiculairement à (y) et (z). Elle présente en deux points symétriques par rapport au plan y/z un maximum dont l'étalement dépend de la forme des faces frontales des noyaux, avec sa plus grande extension parallèle à (z). On donnera donc au corps étudié la forme d'un cylindre circulaire de longueur inférieure à la hauteur des noyaux. Pour des susceptibilités de l'ordre de grandeur de celles qui correspondent au diamagnétisme, on placera le corps dans un tube de 6 à 7^{cm} de longueur et 0,4 à $0^{cm},6$ de diamètre, les noyaux ayant une hauteur de 12^{cm}. Pour des déplacements parallèles à (z) ou à (y), on observe respectivement un maximum et un minimum de l'action F, ce qui permet de fixer avec sûreté la position et l'étalement du maximum.

L'action du champ est équilibrée par le couple élastique d'un fil vertical de bronze phosphoreux de $0^{cm},02$ de diamètre, dont on peut faire varier la longueur efficace entre $0^{cm},2$ ou $0^{cm},3$ et 3^{cm}. L'équipage mobile de la balance de torsion porte un miroir plan vertical de 2^{cm} de diamètre servant à la lecture des déviations, une lame de cuivre horizontale mobile entre deux aimants en fer à cheval fixes jouant le rôle d'amortisseur et une série de contrepoids permettant de régler l'horizontalité du bras de levier sensiblement parallèle à (y), à l'extrémité duquel est suspendu le corps à étudier. Celui-ci est contenu dans un tube de verre pyrex (A) de forme et dimensions variables suivant le corps à étudier, relié de façon rigide par une mince tige de pyrex de 10 à 12^{cm} de longueur à un tube (B) également en pyrex, de $0^{cm},6$ de diamètre et 12^{cm} de longueur sur lequel peut glisser à frottement une pince cylindrique de laiton de 3^{cm} de longueur; elle est suspendue par un bifilaire à un étrier qui repose à l'extrémité du bras de levier à une distance réglable ($4 \pm 0^{cm},75$), mais parfaitement définie, de l'axe de rotation.

On déplace le corps parallèlement à (z) en glissant la pince sur le tube (B) et l'on repère et fixe sa position pour que l'action soit maximum. Le déplacement suivant (y) est assuré par une vis micrométrique qui transporte le support de la balance, et l'on fixe sa position pour le minimum d'action. Enfin on détermine la position du corps dans le champ corres-

---

([1]) $F = km\chi\, \partial H^2/\partial x$, où k est une constante.

pondant au maximum d'action relativement à (x), tandis que le couple de torsion équilibre cette action, en transportant l'électroaimant suivant (x) par une vis micrométrique mue par un moteur électrique dont l'expérimentateur règle la vitesse et le sens de rotation.

La mesure de l'angle de torsion se fait par la méthode de Poggendorff; le miroir plan (M) donne, d'une échelle millimétrique horizontale (E) de 1^m de longueur placée à 3^m, une image que l'on observe dans une lunette placée sous l'échelle, la lecture se faisant au $1/10^e$ de millimètre près sur l'échelle. D'après les dimensions indiquées, on met facilement en place l'équipage mobile en observant la position de l'image dans le champ de la lunette : pour un déplacement vertical de $0^{cm},1$ de l'image, celui du corps dans le champ est $0^{cm},0016$.

[Les lectures de la déviation ne donnent pas directement l'angle de torsion et doivent être corrigées (correction plus faible que celle relative au passage de la tangente à l'angle, du fait que le miroir est à 7^{mm} en avant de l'axe de rotation : elle atteint au maximum quelques millimètres).]

La balance est enfermée dans un vase où la pression de l'air peut se réduire à quelques millimètres de mercure (grâce à une pompe à vide), ce qui évite les perturbations dues aux courants de convection dans l'étude des variations thermiques des susceptibilités. La partie inférieure du vase porte la balance; elle se prolonge par un tube métallique vertical aplati suivant (y), dans lequel peut se mouvoir librement, dans les limites d'amplitude correspondant aux dimensions de l'échelle (E), le tube AB. Une cloche de verre, noircie intérieurement et percée d'une fenêtre plane laissant passer les faisceaux qui forment l'image de l'échelle, coiffe la balance; elle se raccorde à la partie inférieure par un plan rodé, et peut communiquer avec la pompe à vide.

Sur la partie métallique de l'enveloppe placée au niveau de A est appliqué un fil de platine pur commercial (isolé entre deux lames de mica) dont la résistance électrique R_T donne la température moyenne de l'espace où se trouve le corps. On mesure R_T par un pont autocalibrable analogue à celui de Smith. Sa valeur en centimètres de fil du pont en fonction de la température Kelvin est

$$R_T = 239.9[1 + 3.65 \times 10^{-3}(T - 273) - 1.53.10^{-6}(T - 273)^2],$$

équation obtenue par l'action du champ magnétique sur un échantillon de $P^2O^7Mn^2$ dont l'équation de Curie-Weiss dans l'intervalle 190°-600°K.

conduit à

$$T=\left[\frac{\theta}{\theta_0}\,\frac{1}{287}-9.96\times10^{-6}\left(\frac{\theta}{\theta_0}-1\right)\right]^{-1}-14,$$

où θ et θ_0 sont les angles de torsion aux températures T et 273° K.

Pour les températures supérieures à la température ambiante, le tube métallique est entouré d'une étuve à résistance électrique : ruban de nichrome alimenté par le secteur, l'intensité du courant se réglant par un jeu de rhéostats placés à volonté en série ou dérivation. Un courant d'eau refroidit l'étuve extérieurement, ce qui régularise la température intérieure et empêche toute modification du champ par chauffage des noyaux de l'électroaimant.

Pour les températures inférieures à la température ambiante, on remplace l'étuve par un vase de Dewar de forme convenable; un entonnoir et un siphon permettent de renouveler les substances réfrigérantes qui y sont contenues : mélanges d'isopentane et d'air liquide ou mélanges de neige carbonique et d'alcool; on peut ainsi obtenir et maintenir constantes pendant la durée d'une mesure diverses températures échelonnées entre le point d'ébullition de l'air liquide et la température ambiante.

NOMINATIONS.

M. **Ernest Esclangon** est désigné pour faire une *Lecture* dans la séance des cinq Académies, le 25 octobre 1941.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Pierre Marie. *Les Foraminifères de la Craie à* Belemnitella mucronata *du Bassin de Paris.*

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur le calcul de certaines probabilités d'absorption.* Note [1] de M. **Robert Fortet**, présentée par M. Émile Borel.

Nous considérons la fonction aléatoire X(t) liée à l'équation aux

[1] Séance du 4 juin 1941.

dérivées partielles

$$\text{(1)}\qquad L(u)=\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+b(t,x)\frac{\partial u}{\partial x}=0,$$

que nous avons définie dans une précédente Note [2]; nous reprenons les notations et les hypothèses de cette Note. Soit C une courbe du plan (t, x) définie par l'équation $x=x(t)$, où $x(t)$ est une fonction *continue* de t. Les probabilités suivantes, dites *probabilités d'absorption*,

$$\overline{P}_C(t,x;\tau)=\text{Pr.}\left\{X(t')\leqq x(t')\text{ dans tout l'intervalle } t\leqq t'\leqq\tau,\text{ si } X(t)=x\right\}$$
$$P_C(t,x;\tau)=\text{Pr.}\left\{X(t')<x(t')\text{ dans tout l'intervalle } t<t'\leqq\tau,\text{ si } X(t)=x\right\}$$
$$\Phi_C(t,x;\tau)=\text{Pr.}\left\{X(t')=x(t')\text{ au moins une fois dans l'intervalle } t<t'\leqq\tau,\text{ si } X(t)=x\right.$$

existent si $x<x(t)$; naturellement on a

$$P_C(t,x;\tau)+\Phi_C(t,x;\tau)=1.$$

De plus, nous avons démontré que

$$\overline{P}_C(t,x;\tau)=P_C(t,x;\tau)\quad\text{[3]}.$$

En outre $P_C(t,x;\tau)$ reste parfaitement définie pour $x=x(t)$; par contre la définition *directe* de $P_C(t, x; \tau)$ pour $x=x(t)$ soulève des difficultés. Nous posons conventionnellement

$$\text{pour}\quad x\leqq x(t),\qquad \overline{P}_C(t,x;t)=\lim_{\tau\to t}\overline{P}_C(t,x;\tau)\qquad[\text{c'est-à-dire } 1,\text{ si } x<x(t)]\quad\text{[4]}.$$

τ et C étant donnés, $\overline{P}_C(t,x;\tau)$ comme fonction de (t, x) a pour domaine d'existence le domaine $\mathcal{D}$ défini par $x\leqq x(t)$, $t\leqq\tau$.

Sous les hypothèses indiquées, nous avons démontré que :

THÉORÈME I. — $\overline{P}_C[t,x;\tau]$ *est une fonction continue de* τ.

THÉORÈME II. — *A l'intérieur de* $\mathcal{D}$, $\overline{P}_C(t,x;\tau)$ *est une fonction continue de t et de x, pourvue de dérivées partielles continues (première en t, première et seconde en x) et satisfait à l'équation parabolique* (1).

THÉORÈME III. — ε *étant* >0 *et* $t<\tau$, *on a*

$$\lim_{\varepsilon\to 0}P_C[t,x(t)-\varepsilon;\tau]=P_C[t,x(t);\tau].$$

THÉORÈME IV. — $\overline{P}_C[t,x(t);t]$ *ne peut valoir que* 0 *ou* 1.

---

[2] *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 325.

[3] Ce fait, très vraisemblable, n'est nullement évident.

[4] En vertu du théorème I de notre Note citée.

Pour distinguer les deux cas seuls possibles d'après le théorème IV, on dispose d'un certain nombre de critères, dont l'essentiel est sans doute le suivant, déjà énoncé dans le cas $b=0$ par M. Kolmogoroff [5] et indirectement par M. Petrowski [6] : *si* $x(\tau)$ *est tel que l'on puisse poser, du moins pour* $\tau > t$ *et suffisamment voisin de* t,

$$x(\tau)-x(t)=\sqrt{-4(\tau-t)\log\rho(\tau-t)},$$

où la fonction $\rho(h)$ *tend monotonement vers* $+0$ *lorsque* h *tend vers* $+0$, *pour que* $\overline{\mathrm{P}}_{\mathrm{c}}[t, x(t);\ t]=1$, *il faut et il suffit que l'on ait, pour un* $\alpha > 0$ *quelconque*,

$$\int_0^\alpha \frac{\rho(h)\sqrt{-\log\rho(h)}}{h}\,dh < +\infty.$$

Pour établir certains des résultats précédents, nous avons introduit le point de vue suivant, qui rejoint le point de vue de M. S. Bernstein dans sa théorie des *équations différentielles stochastiques* [7] : dans l'ensemble E des courbes C définies par $x=x(\tau)$, où $x(\tau)$ est continue avec $x(t)=x$, la fonction de répartition $\mathrm{F}(t, x;\ \tau, \xi)$ définit d'une façon évidente une *mesure* que nous appellerons mesure-b pour indiquer qu'elle dépend du choix du coefficient b. Si l'on considère la transformation T définie dans E par la formule

$$(\mathrm{T}) \qquad y(\tau)=x(\tau)-\int_t^\tau b[t', x(t')]\,dt',$$

on a :

Théorème V. — *Si e est un sous-ensemble de* E *mesurable-b et de mesure-b égale à m*, $\mathrm{T}(e)$ *est mesurable-*0 *de mesure-*0 *égale à m, et réciproquement.*

---

(5) Cf. P. Lévy, *Théorie de l'addition des variables aléatoires*, p. 266. A notre connaissance, M. Kolmogoroff n'a pas publié la démonstration de ce théorème.

(6) Cf. Petrowski, *Compositio Mathematica*, 1935, vol. I, p. 383.

(7) S. Bernstein, *Les équations différentielles stochastiques* (*Actualités scientifiques*, n° 738, p. 7, Paris). M. Bernstein suppose b pourvu de dérivées partielles bornées en x jusqu'à l'ordre 3 inclus.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *La loi forte des grands nombres pour des variables aléatoires liées.* Note [1] de M. **Michel Loève**, présentée par M. Henri Villat.

Nous avons étudié [2] la loi ordinaire des grands nombres pour des variables aléatoires liées. Nous indiquons ici quelques résultats relatifs à la loi forte.

Nous obtenons [3] :

Théorème. — Lorsque

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\sup|\mathfrak{M}'(X_{n,i})|=0,$$

on a

$$\Pr.\left\{\operatorname*{Max}_{k\leq n}|S_{n,k}|>c\right\}<\frac{1+\varepsilon_n}{c^2}\mathfrak{M}(S_{n,n}^2),$$

où $\varepsilon_n\to 0$ avec $1/n$ et $c>0$ est une constante arbitraire (extension de l'inégalité de Kolmogoroff).

On en déduit la loi forte suivante des grands nombres :

Soit une suite de variables aléatoires X_i *avec* $\mathfrak{M}(X_i)=0$ $(i=1, 2, \ldots)$. *Si l'on peut choisir une suite de nombres certains* $a_{n+1}\geq a_n>0$, *tels que lorsque* $n\to\infty$,

$$\frac{1}{a_n}\sum_{i=1}^{n}\sup|\mathfrak{M}'(X_i)|\to 0 \qquad \textit{et} \qquad \frac{1}{a_n^2}\sum_{i=1}^{n}\mathfrak{M}(X_i^2) \ \textit{reste borné},$$

alors

$$\frac{S_n}{a_{[nq]}n^{\gamma}}\to 0 \quad \textit{presque certainement},$$

$\gamma>0$ *et* $q-1>0$ *étant arbitrairement petits et* $[nq]$ *désignant la partie entière de* nq.

Si $(S_n/\varphi_n)\to 0$ presque certainement avec $1/n$, φ_n étant infiniment grand avec n, nous dirons que S_n est, presque certainement, d'un ordre de grandeur inférieur à celui de φ_n; et l'on dira que S_n est presque certainement

---

(1) Séance du 4 juin 1941.

(2) Les notations sont celles de la Note présentée à la séance du 5 mai 1941 (*Comptes rendus*, **212**, 1941, pp. 840-843), et l'on suppose encore les $\mathfrak{M}(X_{n,i})$ nuls.

(3) *Bull. des Sciences math.*, **59**, 1935, pp. 84-96 et 109-128.

un infiniment petit d'ordre supérieur à celui de φ_n dans le cas où $\varphi_n \to 0$ avec $1/n$.

Lorsque $\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{n} \sup |\mathfrak{M}'(X_i)| \to 0$ avec $\frac{1}{n}$ et les X_i sont uniformément bornées, S_n est presque certainement d'un ordre de grandeur inférieur à celui de $n^{1/2+\gamma}$. Donc $S_n/n \to 0$ presque certainement; dans le cas particulier où $\sup |\mathfrak{M}'(X_i)| = 0$ pour tout i, on retrouve un résultat de M. Paul Lévy ([3]).

L'application à une suite d'événements A_i donne : $f_n - \overline{f_n}$ est, presque certainement, un infiniment petit d'un ordre supérieur à celui de $n^{-1/2+\gamma}$ lorsque $\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{n} \sup |\mathrm{Pr}'.(A_i) - \mathrm{Pr}.(A_i)| \to 0$ avec $\frac{1}{n}$.

Une étude directe permet d'énoncer : lorsque $n d_n^2$ reste borné, $f_n - \overline{f_n}$ est presque certainement un infiniment petit au moins de l'ordre de $1/\sqrt{n}$.

Soient une variable aléatoire X; $X_1, \ldots, X_n$ ses valeurs dans n épreuves généralement liées, $F(x)$ la fonction de répartition de X, $F'_i(x)$ la f. de r. de X_i lorsque les résultats des épreuves antérieures sont connus, et $F^{(n)}(x)$ la valeur empirique de $F(x)$ dans les n épreuves. On a

$$\frac{1}{n^{1-\gamma}} \sum_{i=1}^{n} \sup |F'_i(x) - F_i(x)| \to 0 \qquad \text{avec} \quad \frac{1}{n},$$

pour un γ fixe compris entre 0 et 1; 1° entraîne $F^{(n)}(x) - F(x) \to 0$ presque certainement avec $1/n$, et, par suite, 2° la démonstration du théorème de Glivenko-Cautelli ([4]) relatif aux épreuves indépendantes s'applique sans changement dans le cas plus général actuel.

Critère pour la loi forte. — *Pour que* $S_n/a_n \to 0$ *presque certainement lorsque* $n \to \infty$, *il suffit que l'on ait*

$$\frac{1}{a_n} \sum_{i=1}^{n} \sup |\mathfrak{M}'(X_i)| \to 0, \tag{1}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\mathfrak{M}(X_i^2)}{a_i^2} < \infty. \tag{2}$$

$$0 < a_n \leq a_{n+1}, \tag{3}$$

([4]) Telle qu'elle est donnée par M. Fréchet (*Recherches théoriques modernes sur la théorie des probabilités*, I, 1937, p. 260-261).

et il existe une suite partielle $\{a_{n_i}\}$ *telle que* $a_{n_i}/a_{n_{i+1}} \to \alpha > 0$ *fixe lorsque* $i \to \infty$.

Cas particuliers. — 1. Lorsque les X_i sont mutuellement indépendantes, (1) a lieu, et si $a_n \neq n$, on a une extension immédiate du critère de M. Kolmogoroff.

2. Pour $a_n = n$, (3) a lieu et l'on a ainsi un critère de convergence presque certaine en moyenne arithmétique, généralisant celui du cas de l'indépendance; si l'on suppose, de plus, $\sup|\mathfrak{M}'(X_i)| = 0$, on retrouve un résultat de M. Paul Lévy (³).

GÉOMÉTRIE. — *Sur les invariants conformes d'une courbe.* Note de M. **René Lagrange**, présentée par M. Élie Cartan.

La courbure et la torsion conformes d'une courbe se définissent le plus simplement à l'aide d'un pentasphère mobile. Cependant on peut les obtenir aisément en observant que tout sous-groupe conforme qui laisse invariante une sphère Σ est le groupe d'une géométrie riemannienne, et les invariants cherchés sont les fonctions des courbures de C dans cet espace $\mathcal{E}_\Sigma$, qui sont indépendantes de l'absolu Σ. On a l'avantage d'obtenir ainsi les expressions de ces invariants, simultanément en fonction des courbure et torsion euclidiennes c, t et des courbure et torsion riemanniennes anallagmatiques γ, τ.

Soit $\left(M, \vec{e}_i, i = 1, 2, 3\right)$ le trièdre orthonormal R auquel on rapporte l'espace euclidien $\mathcal{E}$. O étant le centre de Σ, et ρ son rayon, posons (¹)

$$\overrightarrow{OM} = x_i \vec{e}_i.$$

Dans $\mathcal{E}$ le déplacement par équipollence se traduit par

$$\bar{d}\vec{e}_i = d\vec{e}_i - \vec{e}_k\, d\gamma_i^k, \tag{1}$$

et par suite

$$\overrightarrow{dM} = \vec{e}_i\, d\omega_i, \qquad \text{où } d\omega_i = \bar{d}x_i = dx_i - x_k\, d\gamma_i^k. \tag{2}$$

On a

$$(\bar{\delta}, d)\omega_i = (\overline{\delta, d})x_i = 0,$$

conformément à la nature euclidienne de $\mathcal{E}$, et l'on pose $d\gamma_i^k = \gamma_{ih}^k\, d\omega_h$.

(¹) On fait abstraction du signe de sommation des indices doublés.

Dans $\mathcal{E}_\Sigma$,

$$dS^2 = \frac{d\omega_i^2}{m^2}, \qquad \text{où } m = \frac{\overrightarrow{OM}^2 - \rho^2}{2\rho};$$

les rotations du calcul absolu dans $\mathcal{E}_\Sigma$ sont celles du calcul pfaffien normal des formes de Pfaff $d\Omega_i = d\omega_i/m$, c'est-à-dire

$$\text{(3)} \qquad T_{ih}^k = m\gamma_{ih}^k + \frac{1}{\rho}(\delta_{ih}x_k - \delta_{kh}x_i), \qquad \delta_{ik} = 1 \text{ ou } 0.$$

Le déplacement par équipollence des vecteurs $\vec{e}_i$ dans $\mathcal{E}_\Sigma$ est défini par

$$\text{(4)} \qquad D\vec{e}_i = P_{ih}^k \vec{e}_k \, d\Omega_h, \qquad DM = \vec{e}_i \, d\Omega_i.$$

Quand M est sur une courbe donnée C, prenons pour R le trièdre de Frenet; on a $d\omega_1 = ds$, $d\omega_2 = d\omega_3 = 0$, $\gamma_{11}^2 =$ courbure c, $\gamma_{21}^3 =$ torsion t, $\gamma_{11}^3 = 0$, et (1) sont les formules de Serret-Frenet. Soit d'autre part $\vec{\varepsilon}_1 = \vec{e}_1$, $\vec{\varepsilon}_2$, $\vec{\varepsilon}_3$ le trièdre de Frenet de C dans $\mathcal{E}_\Sigma$. γ et τ désignant les courbure et torsion anallagmatiques correspondantes, on a

$$\frac{D\vec{\varepsilon}_1}{dS} = \gamma\vec{\varepsilon}_2, \qquad \frac{D\vec{\varepsilon}_3}{dS} = -\tau\vec{\varepsilon}_2.$$

Donc, d'après (4),

$$\text{(5)} \qquad \gamma\vec{\varepsilon}_2 = P_{11}^k \vec{e}_k = \left(mc + \frac{x_2}{\rho}\right)\vec{e}_2 + \frac{x_3}{\rho}\vec{e}_3.$$

En particulier, le carré scalaire donne

$$\text{(6)} \qquad \gamma^2 = m^2c^2 + 2mc\frac{x_2}{\rho} + \frac{\overrightarrow{OM}^2 - x_1^2}{\rho^2}.$$

Le produit vectoriel de $\vec{e}_1$ par (5) donne ensuite

$$\text{(7)} \qquad \gamma\vec{\varepsilon}_3 = \left(mc + \frac{x_2}{\rho}\right)\vec{e}_3 - \frac{x_3}{\rho}\vec{e}_2.$$

La dérivation dans $\mathcal{E}_\Sigma$, le long de C, compte tenu de (4) et de

$$\frac{dm}{dS} = m\frac{\overrightarrow{OM}\,\overrightarrow{dM}}{\rho\, ds} = m\frac{x_1}{\rho},$$

donne

$$\text{(8)} \qquad \gamma'\vec{e}_3 - \gamma\tau\vec{\varepsilon}_2 = m^2\left(c'\vec{e}_3 - ct\vec{e}_2\right),$$

où $c' = dc/ds$, $\gamma' = d\gamma/dS$. En particulier, le carré scalaire fournit le

covariant

(9) $$\gamma'^2+\gamma^2\tau^2=m^4(c^2+c'^2t^2).$$

Dérivons (8) dans $\mathcal{E}_\Sigma$, le long de C. En posant

$$\frac{dt}{ds}=t',\qquad \frac{d^2c}{ds^2}=c'',\qquad \frac{d\tau}{dS}=\tau',\qquad \frac{d^2\gamma}{dS^2}=\gamma'',$$

il vient

(10) $$(\gamma''-\gamma^2\tau^2)\vec{\varepsilon}_3-(\gamma\tau'+2\gamma'\tau)\vec{\varepsilon}_2$$
$$=m^3\left\{(c''-c^2t^2)\vec{e}_3-(ct'+2c't)\vec{e}_2\right\}+2m^2\frac{x_1}{\rho}\left(c'\vec{e}_3-ct\vec{e}_2\right),$$

d'où résulte, par multiplication vectorielle avec (8), le nouveau covariant

(11) $$\gamma'(\gamma\tau'+2\gamma'\tau)-\gamma\tau(\gamma''-\gamma\tau^2)=m^5\left\{c'(ct'+2c't)-ct(c''-ct^2)\right\}.$$

Les deux covariants (9) et (11) fournissent l'invariant

$$h=\frac{\gamma'(\gamma\tau'+2\gamma'\tau)-\gamma\tau(\gamma''-\gamma\tau^2)}{(\gamma'^2+\gamma^2\tau^2)^{\frac{5}{4}}}=\frac{c'(ct'+2c't)-ct(c''-ct^2)}{(c'^2+c^2t^2)^{\frac{5}{4}}}.$$

C'est la *torsion conforme* et il est remarquable que son expression soit la même en fonction des courbures euclidiennes c, t ou des courbures anallagmatiques γ, τ. Posons maintenant

$$l=(c'^2+c^2t^2)^{\frac{1}{4}},\qquad \lambda=(\gamma'^2+\gamma^2\tau^2)^{\frac{1}{4}},$$

de sorte que

(12) $$\lambda=ml.$$

En posant

$$\frac{dl}{ds}=l',\quad \frac{d\lambda}{dS}=\lambda',\qquad \text{puis}\qquad \frac{d}{ds}\left(\frac{l'}{l}\right)=\left(\frac{l'}{l}\right)',\quad \frac{d}{dS}\left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)=\left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)',$$

deux dérivations successives de (12) donnent

(13) $$\frac{\lambda'}{\lambda}=m\frac{l'}{l}+\frac{x_1}{\rho},$$

(14) $$\left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)'=m^2\left(\frac{l'}{l}\right)'+m\frac{x_1}{\rho}\frac{l'}{l}+m\frac{1+cx_2}{\rho},$$

car $(dx_1/ds)=(\bar{d}x_1/ds)+\gamma_{11}^2x_2(dw_1/ds)$. (6), (13) et (14) suggèrent la combinaison

$$\left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)'-\frac{1}{2}\left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)^2-\frac{1}{2}\gamma^2=m^2\left[\left(\frac{l'}{l}\right)'-\frac{1}{2}\left(\frac{l'}{l}\right)^2-\frac{1}{2}c^2\right]+\frac{m}{\rho}-\frac{\overline{\text{OM}}^2}{2\rho^2},$$

d'où résulte la covariance de

$$\left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)' - \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)^2 - \frac{\Upsilon^2 - 1}{2} = m^2\left[\left(\frac{l'}{l}\right)' - \frac{1}{2}\left(\frac{l'}{l}\right)^2 - \frac{c^2}{2}\right]$$

et l'invariance de

$$k = \frac{1}{\lambda^2}\left\{[\lambda, S] - \frac{\Upsilon^2 - 1}{2}\right\} = \frac{1}{l^2}\left\{[l, s] - \frac{c^2}{2}\right\},$$

où $[y, x]$ représente la dérivée de Cayley-Schwarz de y par rapport à x. C'est la *courbure conforme*, dont les deux expressions à l'aide des deux sortes de courbures sont légèrement différentes. La méthode que nous venons d'exposer conduit de manière également naturelle aux invariants conformes d'une surface et à leurs expressions en fonction des invariants relativement à un espace non euclidien $\mathcal{E}_\Sigma$.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur la représentation unitaire de l'électromagnétisme et de la gravitation en mécanique ondulatoire.* Note de M. **Gérard Petiau**, présentée par M. Louis de Broglie.

I. Dans la théorie de M. Louis de Broglie, le photon est représenté par un système de seize fonctions d'ondes, l'une étant nulle tandis que les quinze autres Φ_μ, $\Phi_{\mu\nu} = -\Phi_{\nu\mu}$, Φ_0, Φ'_μ satisfont aux équations

$$(1)\quad \partial_\nu \Phi_\mu - \partial_\mu \Phi_\nu = \lambda \Phi_{\mu\nu}, \qquad \Sigma_\nu \partial_\nu \Phi_{\mu\nu} = \lambda \Phi_\mu,$$

$$(2)\quad \partial_\nu \Phi_0 = \lambda \Phi'_\mu, \qquad \Sigma_\nu \partial_\nu \Phi'_\nu = \lambda \Phi_0 \qquad (\mu, \nu = 1, 2, 3, 4, \quad x_4 = ict).$$

Ces équations entraînent les relations

$$(3)\quad \Sigma_\mu \partial_\mu \Phi_\mu = 0, \qquad \partial_\mu \Phi_{\nu\rho} + \partial_\nu \Phi_{\rho\mu} + \partial_\rho \Phi_{\mu\nu} = 0, \qquad \partial_\nu \Phi'_\mu - \partial_\mu \Phi'_\nu = 0.$$

Les équations (1) et (2) peuvent se représenter par un seul système en introduisant, en plus des x^μ, une nouvelle variable x^5, soit

$$(4)\quad \partial_\beta \Phi_\alpha - \partial_\alpha \Phi_\beta = \lambda \Phi_{\alpha\beta}, \qquad \Sigma_\beta \partial_\beta \Phi_{\alpha\beta} = \lambda \Phi_\alpha \qquad (\alpha, \beta = 1, 2, 3, 4, 5),$$

entraînant les relations

$$(5)\quad \Sigma_\alpha \partial_\alpha \Phi_\alpha = 0, \qquad \partial_\alpha \Phi_{\beta\gamma} + \partial_\beta \Phi_{\gamma\alpha} + \partial_\gamma \Phi_{\alpha\beta} = 0.$$

On retrouve dans (4) les systèmes (1) et (2) en séparant les équations contenant des indices 5 et en annulant les variations des Φ dans la direction de x^5 ($\partial_5 \Phi = 0$). Pour $\alpha, \beta = \mu, \nu = 1, 2, 3, 4$, on retrouve le système (1), et pour $\alpha = 5$, $\beta = \mu = 1, 2, 3, 4$, le système (2) avec $\Phi_5 = \Phi_0$, $\Phi_{5\mu} = \Phi'_\mu$.

II. Il est intéressant d'utiliser ce formalisme pour écrire dans l'espace (R^5) les équations du corpuscule de spin 2. La méthode d'extension symétrique nous donne le système

$$(6)\quad \begin{cases} \partial_\beta \Phi_{\alpha,\gamma} - \partial_\alpha \Phi_{\beta,\gamma} = \lambda \Phi_{\alpha\beta,\gamma}, & \Sigma_\beta\, \partial_\beta \Phi_{\alpha\beta,\gamma} = \lambda \Phi_{\alpha,\gamma} \\ \partial_\beta \Phi_{\alpha,\gamma\delta} - \partial_\alpha \Phi_{\beta,\gamma\delta} = \lambda \Phi_{\alpha\beta,\gamma\delta}, & \Sigma_\beta\, \partial_\beta \Phi_{\alpha\beta,\gamma\delta} = \lambda \Phi_{\alpha,\gamma\delta} \\ (\Phi_{\alpha,\beta} = \Phi_{\beta,\alpha};\ \Phi_{\alpha\beta,\gamma} = \Phi_{\gamma,\alpha\beta} = -\Phi_{\beta\alpha,\gamma};\ \Phi_{\alpha\beta,\gamma\delta} = \Phi_{\gamma\delta,\alpha\beta} = -\Phi_{\beta\alpha,\gamma\delta} = -\Phi_{\alpha\beta,\delta\gamma}). \end{cases}$$

Le système (6) est irréductible si nous astreignons les $\Phi_{\alpha,\alpha}$ à la condition

$$(7)\quad \Sigma_\alpha \Phi_{\alpha,\alpha} = 0.$$

On voit facilement que le système (6) entraîne les relations différentielles

$$(8)\quad \begin{cases} \Sigma_\alpha\, \partial_\alpha \Phi_{\alpha,\beta} = 0, & \partial_\alpha \Phi_{\beta\gamma,\delta} + \partial_\beta \Phi_{\gamma\alpha,\delta} + \partial_\gamma \Phi_{\alpha\beta,\delta} = 0, \\ \Sigma_\alpha\, \partial_\alpha \Phi_{\alpha,\beta\gamma} = 0, & \partial_\alpha \Phi_{\beta\gamma,\delta\varepsilon} + \partial_\beta \Phi_{\gamma\alpha,\delta\varepsilon} + \partial_\gamma \Phi_{\alpha\beta,\delta\varepsilon} = 0, \end{cases}$$

qui, avec (7), donnent les relations algébriques

$$(9)\quad \begin{cases} \Sigma_\beta \Phi_{\alpha\beta,\beta} = 0; & \Phi_{\alpha\beta,\gamma} + \Phi_{\beta\gamma,\alpha} + \Phi_{\gamma\alpha,\beta} = 0, \\ \Sigma_\beta \Phi_{\alpha\beta,\gamma\beta} = \Phi_{\alpha,\gamma}; & \Phi_{\alpha\beta,\gamma\delta} + \Phi_{\alpha\gamma,\delta\beta} + \Phi_{\alpha\delta,\beta\gamma} = 0. \end{cases}$$

Les équations (6), système irréductible dans (R^5), donnent naissance dans (R^4), lorsqu'on annule les variations des Φ le long de x^5, à trois systèmes renfermant 0, 1 ou 2 indices 5, le premier (C_2) caractérisant un corpuscule de spin 2, le second (C_1) un corpuscule de spin 1, et le troisième (C_0) un corpuscule de spin zéro. Ce sont :

$$1^\circ\ (C_2)\quad \begin{cases} \partial_\nu \Phi_{\mu,\rho} - \partial_\mu \Phi_{\nu,\rho} = \lambda \Phi_{\mu\nu,\rho}, & \Sigma_\nu\, \partial_\nu \Phi_{\mu\nu,\rho} = \lambda \Phi_{\mu,\rho}; \\ \partial_\nu \Phi_{\mu,\rho\lambda} - \partial_\mu \Phi_{\nu,\rho\sigma} = \lambda \Phi_{\mu\nu,\rho\sigma}, & \Sigma_\nu\, \partial_\nu \Phi_{\mu\nu,\rho\sigma} = \lambda \Phi_{\mu,\rho\sigma}; \\ \Sigma_\mu\, \partial_\mu \Phi_{\mu,\nu} = 0, & \partial_\mu \Phi_{\nu\rho,\sigma} + \partial_\nu \Phi_{\rho\mu,\sigma} + \partial_\rho \Phi_{\mu\nu,\sigma} = 0; \\ \Sigma_\mu\, \partial_\mu \Phi_{\mu,\nu\rho} = 0, & \partial_\mu \Phi_{\nu\rho,\sigma\lambda} + \partial_\nu \Phi_{\rho\mu,\sigma\lambda} + \partial_\rho \Phi_{\mu\nu,\sigma\lambda} = 0; \\ \Phi_{\mu\nu,\rho} + \Phi_{\nu\rho,\mu} + \Phi_{\rho\mu,\nu} = 0, & \Phi_{\mu\nu,\rho\sigma} + \Phi_{\mu\rho,\sigma\nu} + \Phi_{\mu\sigma,\nu\rho} = 0. \end{cases}$$

$\Sigma_\mu \Phi_{\mu,\mu}$ n'est plus nul en général, car (7) donne $\Sigma_\mu \Phi_{\mu,\mu} + \Phi_{5,5} = 0$. Le système n'est plus irréductible, et l'on peut y mettre en évidence une représentation de rang zéro en posant

$$\Sigma_\mu \Phi_{\mu,\mu} = -\Phi_{5,5} = T.$$

$$2^\circ\ (C_1)\quad \partial_\nu \Phi_{\mu,5} - \partial_\mu \Phi_{\nu,5} = \lambda \Phi_{\mu\nu,5}, \qquad \Sigma_\nu\, \partial_\nu \Phi_{\mu\nu,5} = \lambda \Phi_{\mu,5};$$

les autres équations définissant des gradients de $\Phi_{\mu,5}$ et de $\Phi_{\mu\nu,5}$.

$$3^\circ\ (C_0)\quad \begin{cases} \partial_\mu \Phi_{5,5} = \lambda \Phi_{5\mu,5}, & \Sigma_\mu\, \partial_\mu \Phi_{5\mu,5} = \lambda \Phi_{5,5}; \\ \partial_\mu \Phi_{5\nu,5} = \lambda \Phi_{5\nu,5\mu}, & \Sigma_\mu\, \partial_\mu \Phi_{5\mu,5\nu} = \lambda \Phi_{5\nu,5}. \end{cases}$$

Les équations (6) peuvent être considérées comme représentant les équations de la gravitation dans l'espace (R^5).

En effet, si l'on considère dans un espace de Riemann des coordonnées normales, on peut montrer que les composantes des tenseurs $g_{\alpha\beta}$ et $R_{\alpha\beta,\gamma\delta}$ satisfont aux relations

$$2R_{\alpha\beta,\gamma\delta} = \partial_\beta(\partial_\gamma g_{\alpha\delta} - \partial_\delta g_{\alpha\gamma}) - \partial_\alpha(\partial_\gamma g_{\beta\delta} - \partial_\delta g_{\beta\gamma}),$$
$$R_{\alpha\beta,\gamma\delta} + R_{\alpha\gamma,\delta\beta} + R_{\alpha\delta,\beta\gamma} = 0, \qquad \partial_\alpha R_{\beta\gamma,\delta\varepsilon} + \partial_\beta R_{\gamma\alpha,\delta\varepsilon} + \partial_\gamma R_{\alpha\beta,\delta\varepsilon} = 0,$$
$$\Sigma_\alpha \partial_\alpha g_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\partial_\beta \Sigma_\alpha g_{\alpha\alpha}, \qquad \Box g_{\alpha\beta} = -2R_{\alpha\beta}.$$

Ces équations sont identiques à celles du corpuscule de spin 2 [équation (6)]; si l'on pose

$$\Phi_{\alpha\beta} = k g_{\alpha\beta}, \qquad \Phi_{\alpha\beta,\gamma\delta} = -\frac{2k}{\lambda^2} R_{\alpha\beta,\gamma\delta},$$

on en déduit les équations de la gravitation

$$R_{\alpha\beta} = -\frac{\lambda^2}{2} g_{\alpha\beta}, \qquad R = 0.$$

Ces équations donnent naissance, dans l'espace (R^4) d'une part à des équations d'un corpuscule de spin 1 et d'autre part aux équations de gravitation

$$R_{ik} = -\frac{\lambda^2}{2} g_{ik}, \qquad \text{avec} \quad \Phi_{ik} = k\left(g_{ik} - \frac{1}{\lambda^2}\partial_i \partial_k \Sigma_j g_{jj}\right).$$

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur l'évolution et les mouvements d'ensemble des protubérances solaires.* Note de M. et Mme **Lucien d'Azambuja**, présentée par M. Henri Deslandres.

L'étude statistique de la répartition des protubérances autour du disque solaire a permis de distinguer, dans chaque hémisphère, deux zones de plus grande fréquence de ces phénomènes : la première coïncide approximativement avec la zone de formation des taches, dont la latitude moyenne diminue progressivement de 30° à 10°, entre le début et la fin du cycle undécennal; les protubérances y suivent, dans l'ensemble, les grandes variations périodiques de l'activité générale de l'astre. Dans la seconde, à l'époque du minimum, elles se montrent entre 45° et 55° de latitude et se rapprochent ensuite du pôle, qu'elles atteignent presque au moment du

maximum; elles disparaissent peu après, pendant que la région 45°-55° continue à marquer une faible activité jusqu'au minimum suivant. On sait d'autre part que, sur le disque solaire même, où elles apparaissent sous la forme de longues lignes sombres ou *filaments*, les protubérances ont une orientation très caractéristique : près de l'équateur, elles sont sensiblement parallèles aux méridiens; aux latitudes croissantes, elles s'inclinent de plus en plus, de manière que leur extrémité Est ait la latitude la plus élevée; à partir de 45°, elles sont à peu près dirigées suivant les parallèles.

Nous avons signalé (1) que la corrélation entre la surface tachée et l'aire des filaments correspondant aux protubérances de la première zone était maxima pour un retard des filaments sur les taches variant de 50 jours au voisinage de l'équateur à 110 jours environ, vers la latitude 40°, et nous émettions l'idée que ces filaments naissent dans la région des taches, pour se développer ensuite en remontant lentement, eux aussi, vers les pôles.

Une étude plus détaillée des circonstances de la formation et de l'évolution des filaments était nécessaire. Nous avons été ainsi amenés à dresser le catalogue de tous les filaments distincts, relevés sur les *Cartes synoptiques de la chromosphère solaire* établies par l'Observatoire de Meudon. Nous nous sommes limités à l'intervalle de 11 ans, s'étendant de 1919 à 1930 et nous avons retenu seulement les filaments ayant eu plus d'un passage sur le disque. Il est apparu, au cours de ce travail, que des filaments nouveaux, nés au voisinage de filaments plus anciens, se réunissaient souvent à ceux-ci, faussant leur évolution normale. Un autre critérium allait nous permettre de mieux dégager celle-ci : En 1920, T. Royds avait signalé (2) que l'angle d'un filament donné avec les méridiens augmente avec le temps et suggéré que ce changement d'orientation était dû au ralentissement polaire de la vitesse angulaire de rotation de la couche dont les filaments sont issus. Il admettait en outre, implicitement, que les filaments, au moment de leur naissance, sont dirigés suivant les méridiens. Utilisant les valeurs de la vitesse de rotation aux divers parallèles trouvées par nous en 1938 (3), nous avons pu vérifier que la forme des filaments, pendant toute leur existence, est en accord étroit avec celle de leur méridien origine, de plus en plus courbé par le ralentissement polaire et que, par suite, l'orientation des filaments sur le disque permet de fixer leur âge. Dès lors, il devenait

(1) *Comptes rendus*, **211**, 1940, p. 424.
(2) *Kodaikanal Observatory Bulletin*, n° 63, 1920, p. 289.
(3) *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 819.

aisé de séparer les uns des autres les éléments d'âges différents formant un filament complexe.

Le catalogue établi comprend 363 filaments distincts : 185 d'entre eux sont nés dans les *plages faculaires* qui accompagnent les taches, au moment où commence la phase de déclin de ces centres d'activité. D'une façon générale, les filaments sont associés aux centres les plus importants. Les plus stables acquièrent leur développement maximum au bout de trois mois environ, ce qui explique leur retard par rapport aux taches, révélé par la méthode de corrélation; leur longueur, qui n'était que de quelques degrés héliographiques à l'époque de leur formation, dépasse alors souvent 60°, et la latitude de leur centre de figure se trouve déjà supérieure d'une dizaine de degrés à celle de la plage faculaire où ils étaient apparus. Ils se fragmentent ensuite et finissent par disparaître, en perdant d'abord leur partie équatoriale. Parfois l'autre extrémité, ayant atteint le parallèle où les filaments de la seconde zone s'alignent bout à bout pour former une couronne à peu près ininterrompue et presque toujours visible autour du Soleil, s'incorpore dans cette couronne et se confond rapidement avec elle. Pour les 178 filaments restants, l'évolution est la même, mais ils sont formés en dehors de toute région tachée. Fait remarquable cependant, leur latitude moyenne, à leur premier passage, reste la même que celle des taches. En particulier, à l'époque du minimum d'activité, elle subit l'augmentation brusque de 15° à 20° qui caractérise le changement de cycle.

Ainsi l'étude individuelle des filaments confirme que ces phénomènes naissent dans la zone de formation des taches et disparaissent à des latitudes plus élevées. Nous avons complété ce résultat qualitatif en déterminant, pour les 363 filaments retenus, l'augmentation moyenne, $\Delta\varphi$, de la latitude de leur centre de figure entre un passage au méridien central du Soleil et le passage suivant. Voici les nombres obtenus :

	Filaments dont le centre de figure, au 1er passage, est compris entre les latitudes			
	0°-10°.	11°-20°.	21°-30°.	31°-40°.
$\Delta\varphi$	2,3	1,7	1,2	0,6
Nombre de déterminations	154	373	379	182

Ces nombres mettent clairement en évidence le lent mouvement vers les pôles de l'ensemble des filaments étudiés, dont le lieu d'origine, seul, se rapproche de l'équateur au cours du cycle undécennal. De plus, la vitesse de ce mouvement, qui décroît visiblement quand la latitude augmente, se

raccorde bien, vers 45°, avec celle des filaments de la seconde zone, très voisine de 0°,5. Il y a là une indication nouvelle que ces derniers filaments ne sont que l'aboutissement des premiers. Un tel mouvement des filaments, dont les différentes parties suivent la déformation de leur méridien origine et semblent donc bien nées simultanément le long de ce méridien, pourrait correspondre simplement à une propagation progressive de leur visibilité, à partir des basses latitudes.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Le groupe de Lorentz et les espaces généralisés.* Note de M. **Jean Roubaud-Valette**, présentée par M. Louis de Broglie.

La transformation générale de Lorentz comprend une rotation d'espace et une transformation de Lorentz proprement dite :

$$x' = k(x + \beta \mathrm{T})(1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}, \qquad y' = ky, \qquad z' = kz,$$
$$\mathrm{T}' = k(\mathrm{T} + \beta x)(1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}; \qquad (\mathrm{T} = ct)$$
$$x'' = k'(x' + \beta' \mathrm{T}')(1 - \beta'^2)^{-\frac{1}{2}}, \qquad y'' = k'y', \qquad z'' = k'z',$$
$$\mathrm{T}'' = k'(\mathrm{T}' + \beta' x')(1 - \beta'^2)^{-\frac{1}{2}};$$
$$x'' = k''(x\beta'' \mathrm{T})(1 - \beta''^2)^{-\frac{1}{2}}, \qquad y'' = k''y, \qquad z'' = k''z,$$
$$\mathrm{T}'' = k''(\mathrm{T} + \beta'' x)(1 - \beta''^2)^{-\frac{1}{2}};$$

les tranformations forment un groupe si $k'' = kk'$ et $\beta'' = (\beta + \beta')(1 + \beta\beta')^{-1}$. Si l'on pose $\beta = \mathrm{T}h\varphi$, on a $\varphi'' = \varphi + \varphi'$, correspondant à l'équation $v'' = v + v'$ du groupe de Galilée.

Étudions les transformations infinitésimales : l'opérateur *dilatation* de Lie $\mathrm{T}_0 = \Sigma x^i \partial/\partial x^i + \mathrm{T}\,\partial/\partial\mathrm{T}$ tel que $\delta x = \delta k . \mathrm{T}_0(x)$ donne

$$\delta x = x\,\delta k, \qquad \delta y = y\,\delta k, \qquad \delta z = z\,\delta k, \qquad \delta\mathrm{T} = \mathrm{T}\,\delta k$$

avec β constant.

L'opérateur *déformation* $\mathrm{T}_1 = \mathrm{T}\,\partial/\partial x + x\,\partial/\partial\mathrm{T}$ tel que $\delta x = \beta \mathrm{T}_1(x)$ donne $\delta x = \beta\mathrm{T}$, $\delta y = \delta z = 0$, $\delta\mathrm{T} = \beta x$. De même pour T_2, T_3. Remarquons que $[\mathrm{T}_1, \mathrm{T}_2] = \mathrm{T}'_3 = x\,\partial/\partial y - y\,\partial/\partial x$ est l'opérateur *rotation* correspondant à un changement d'axe ordinaire. T_0 est permutable avec tous les autres T.

La nécessité d'admettre la réversibilité de l'espace et du temps conduit

à identifier $x' = k(x - \beta T)(1 - \beta^2)^{-1/2}$ avec l'opération inverse du groupe

$$x' = \frac{1}{k}\frac{x - \beta T}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \quad \text{d'où} \quad K^2 = 1,$$

et réduit ainsi le groupe de Lorentz au groupe des rotations généralisées.

La différence essentielle de *structure* entre le groupe de Lorentz et celui de Galilée peut être mise en évidence en posant $ict = u$ et en considérant $\varepsilon x + u$ comme un nombre complexe.

Soit, d'abord, $\varepsilon^2 = -1$: effectuons la transformation

$$(\varepsilon x' + u') = (\varepsilon x + u)\, e^{\varepsilon\theta}.$$

Nous obtenons

$$u' = u \cos\theta - x \sin\theta,$$
$$x' = x \cos\theta + u \sin\theta,$$

d'où

$$ct' = ct \cos\theta + i \sin\theta\, x,$$
$$x' = x \cos\theta + cti \sin\theta.$$

en posant $\theta = \operatorname{arc\,tang}(-i\beta)$, on retrouve la transformation de Lorentz.

Faisons maintenant $\varepsilon^2 = 0$: $e^{\varepsilon\theta} = 1 + \varepsilon\theta$; l'opération

$$(\varepsilon x' + u') = (\varepsilon x + u)\, e^{\varepsilon\theta}$$

donne $u' = u$, d'où $t' = t$ et $x' = x + u\theta = x + i\theta t$.

En posant $ic\theta = v$ ou $\theta = -i\beta$, on a la transformation de Galilée.

Si nous considérons l'expression $l = l' + l''$, où l' représente un vecteur ayant la symétrie du tronc de cône et l'' un vecteur ayant la symétrie du cylindre tournant, l peut être considéré comme une droite au sens de Plücker; les transformations d'un tel système de droites conduisent à la géométrie de Lobatschewsky si $\varepsilon^2 = -1$ (*mouvement sur un hyperboloïde à deux nappes*) et à la géométrie d'Euclide (*mouvement sur un paraboloïde elliptique*), ce qui met en évidence la différence de structure des groupes de Lorentz et de Galilée.

Une autre image du groupe de Lorentz est donnée par la géométrie des cycles de Laguerre.

Nous sommes conduits à admettre que l'espace de la relativité, euclidien en ox, oy, oz, est elliptique en $L = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, T et ξ; ξ désignant une cinquième dimension, introduite dans nos travaux antérieurs. Cherchons une forme générale de ces espaces; $ds^2 = g_{ij}\, dx^i\, dx^j$ doit admettre la

transformation $U_{ik} = x^i(\partial/\partial x^k) - x^k(\partial/\partial x^i)$, ce qui exige que

$$g_{ij} = x^i x^j A_2(r, t) r^{-2} \quad \text{pour} \quad i, j = 1, 2, 3;$$
$$g_{jj} = A_3(r, t) + (x^j)^2 A_2(r, t) r^{-2} \quad \text{et} \quad g_{44} = A_1(r, t),$$

d'où

$$ds^2 = A_1(dx_4)^2 - r^{-2} A_2(\Sigma x^i dx^i)^2 - A_3 \Sigma(dx^i)^2,$$

et, en coordonnées polaires,

$$ds^2 = A_1(dx^4)^2 - (A_2 + A_3) dr^2 - r^2 A_3(d\theta^2 + \sin^2\theta \, d\varphi^2).$$

Si les A ne dépendent pas du temps, on a les univers statiques de Schwarzschild. Si l'on impose, de plus, à l'univers d'admettre une opération de déformation

$$U = M \frac{\partial}{\partial t} + N \frac{\partial}{\partial r},$$

on est conduit à choisir

$$M = -\frac{1}{\sqrt{A_1 A_2 A_3}} \frac{\partial A_3}{\partial r}, \qquad N = \frac{1}{\sqrt{A_1 A_2 A_3}} \frac{\partial A_3}{\partial t}.$$

L'invariance du ds^2 pour une telle transformation exige la constance de A_3; par suite l'univers est immersible dans un espace euclidien ayant une dimension de plus.

En admettant une symétrie sphérique, on n'a plus le choix qu'entre l'univers de de Sitter et l'univers cylindrique d'Einstein, l'un et l'autre équivalents à l'espace intérieur à une sphère homogène.

Considérons, dans le domaine de la microphysique, l'opérateur moment de rotation $\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{U}$ où $\vec{U} = \vec{P} - (e\vec{A})/c$ et où

$$\frac{d\vec{U}}{dt} = \vec{F} = e(\vec{E} + \vec{\alpha} \wedge \vec{H}).$$

Ce n'est plus un opérateur correspondant à une grandeur *intégrale première* du mouvement pour un champ ayant une symétrie cylindrique, car

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \wedge \vec{U} + \vec{r} \wedge \frac{d\vec{U}}{dt} = c\vec{\alpha} \wedge \vec{U} + \vec{r} \wedge \vec{F},$$

et, ici, $c\vec{\alpha} \wedge \vec{U}$ n'est pas nul. Or $\vec{\alpha}$ correspond à $\vec{v}/e$; l'opérateur vitesse $\vec{v}$ et l'opérateur quantité de mouvement $\vec{U}$ ne sont plus parallèles. On a d'ailleurs la relation $\vec{\alpha}.\vec{P} = h/2\pi i.m_0 c$ qui, pour cinq dimensions, donne

$\vec{\alpha}.\vec{P} = 1/R_i$, associant ainsi le spin au caractère non euclidien de l'espace.

Les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{P} - (e\vec{A})/c$ doivent être considérés comme les deux droites (parallèles au sens de Clifford) menées dans l'espace elliptique perpendiculaire au quintivecteur $\overrightarrow{OM}$, $M(x, y, z, t, \xi)$; elles sont polaires l'une de l'autre dans l'espace *dimensionnel* en L, t, ξ.

PHYSIQUE. — *Sur de curieuses relations entre certaines valeurs numériques.* Note de M. **Fernand Prunier**, présentée par M. Aimé Cotton.

D'après les travaux les plus récents [1], on peut prendre pour la valeur de la constante d'action h, de la charge électrique élémentaire e, du rapport e/m de la charge à la masse de l'électron, les valeurs suivantes :

$$h = h_1 \pm 0,008 \,.\, 10^{-27} \text{ erg/sec} \quad \text{en posant} \quad h_1 = 6,5420,$$
$$e = e_1 \pm 0,0038 \,.\, 10^{-10} \text{ u. e. s.} \quad \text{»} \quad e_1 = 4,7668,$$
$$\frac{e}{m} = \frac{e_1}{m_1} \pm 0,0033 \,.\, 10^{17} \text{ u. e. s.} \quad \text{»} \quad \frac{e_1}{m_1} = 5,2776,$$

d'où

$$m = m_1 \,.\, 10^{-28} \text{ g} \quad \text{en posant} \quad m_1 = 9,032.$$

D'autre part on trouve dans l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* de 1938 : constante f de la loi de la gravitation $f = f_1 \,.\, 10^{-8}$ c. g. s. avec $f_1 = 6,667$; constante $k = R/N$ de Boltzmann $k = k_1 \,.\, 10^{-16}$ erg/degré avec $k_1 = 1,372$. Enfin on a pour la masse du proton

$$M = M_1 \,.\, 10^{-24} \text{ g} \quad \text{avec} \quad M_1 = 1,662.$$

Or on vérifie les curieures relations *numériques* ci-après entre ces diverses constantes :

$$k_1 = \frac{h_1}{e_1},$$
$$k_1^2 - k_1 = \frac{e_1}{m_1} - e_1,$$
$$k_1^4 - k_1^2 = M_1,$$
$$k_1^6 = f_1.$$

Avec les valeurs moyennes des constantes données plus haut, l'écart

---

[1] Birge, *Physical Review*, 42, 1932, p. 736.

entre les premiers et les seconds membres de ces relations est compris entre 1/2000° et 1/10000° de leur valeur commune. Elles sont donc très bien vérifiées.

On peut y ajouter les trois suivantes, dont les deux dernières redonnent la relation entre k_1^6 et f_1 et où figure le nombre c_1 que l'on tire de la valeur $c_1 . 10^{10}$ cm/sec de la vitesse c de la lumière :

$$k_1^8 - k_1^4 = m_1, \qquad k_1^2 = \frac{c_1^2}{8\pi}\frac{e_1}{m_1}, \qquad k_1^4 = \frac{8\pi}{c_1^2}\frac{m_1}{e_1}f_1.$$

Elles sont un peu moins bien vérifiées que les premières; l'écart entre les deux membres y est de l'ordre de 1/500° de leur valeur, en prenant pour les constantes les valeurs moyennes données plus haut et en prenant pour c la valeur $2,999.10^{10}$ cm/sec. Pour vérifier les deux dernières avec la même approximation que les premières, il faudrait prendre $c = 2,975.10^{10}$ cm/sec. Le facteur $8\pi/c^2$ est celui qui intervient dans la théorie de la gravitation comme facteur de proportionnalité entre l'énergie et la courbure à l'intérieur de la matière, où l'on ne peut pas connaître la valeur exacte de c.

Il est difficile de ne voir dans ces coïncidences simples et répétées qu'un pur effet du hasard. Après en avoir remarqué quelques-unes, nous avons d'abord pensé qu'il n'y fallait voir qu'une propriété, d'ailleurs curieuse, des systèmes d'unités employées; mais, devant leur *simplicité*, leur nombre et le caractère symétrique que présentent quelques-unes d'entre elles, il semble qu'on doive se demander si l'on n'y doit pas voir, en plus, autre chose.

D'autres relations numériques s'en déduisent, par exemple les deux suivantes, qui ne contiennent plus k_1 :

$$f_1 = \left(\frac{c_1^2}{8\pi}\frac{e_1}{m_1}\right)^3 \qquad \text{et} \qquad f_1 = \left(\frac{c_1^2}{8\pi}\right)^2 \frac{h_1^2}{m_1^2}.$$

Remarquons aussi qu'en raison des valeurs de m_1 et M_1, les masses des atomes des divers éléments doivent pouvoir s'exprimer de façon simple à l'aide des quatre puissances de k_1 employées plus haut pour m_1 et M_1. C'est ce qu'on a pu vérifier directement sur quelques cas; le nombre exprimant la masse de l'atome d'hélium est, en outre, voisin de $10^{72}.k_1^6$, ce qui correspond à $6,67.10^{-24}$ gr, donnant ainsi une autre relation numérique simple.

Remarque au sujet de la Note précédente de M. Fernand Prunier;
par M. **Aimé Cotton.**

J'ai soumis la Note précédente de M. Fernand Prunier à notre Confrère M. P. Montel. Celui-ci fait remarquer que, des relations numériques indiquées, il résulte que les cinq constantes h_1, e_1, m_1, f_1, M_1 sont des fonctions rationnelles simples du coefficient k_1 de la constante de Boltzmann.

Étant donné deux nombres au hasard, on peut toujours former, d'une infinité de manières, un polynome du premier qui soit égal au second. Mais ce qui est remarquable ici, c'est la simplicité de ces polynomes ou fractions rationnelles.

SPECTROSCOPIE. — *Spectre* L *et niveaux caractéristiques du bismuth.* Note de Mlle **Yvette Cauchois**, présentée par M. Aimé Cotton.

En relation avec l'étude que M. Hulubei et moi-même avons entreprise sur les émissions ondulatoires propres du radon et de ses dérivés [1] où le spectre de l'élément 83 est prépondérant, j'ai été amenée à une révision d'ensemble du spectre L du bismuth ordinaire. Cette Note en rapporte les premiers résultats numériques.

L'émission était due à une couche de bismuth métallique en poudre collée à la gomme laque sur l'anticathode de cuivre d'un tube à rayons X démontable; l'excitation cathodique avait lieu sous 30 à 40 kV (cathode à oxyde de Ba). Comme dans le cas du radon, l'analyse spectrale a été faite à l'aide d'un spectrographe à focalisation à mica courbé analogue à celui décrit dans notre récent travail sur le polonium [2]. Avec le même dispositif expérimental, j'ai photographié le spectre d'absorption dû à un mince dépôt homogène d'environ 4 mg/cm^2 de bismuth métallique pulvérulent, sur cellophane, filtrant le rayonnement d'une anticathode de tunsgtène. Comme on pouvait s'y attendre, L_{III} et L_{II} ne présentent pas de raies blanches; L_I montre un minimum suivi d'une raie noire. Les déterminations de longueurs d'onde ont été faites en premier, deuxième et, pour

---

(1) *Comptes rendus*, **209**, 1939, p. 39; **210**, 1940, p. 696.

(2) H. Hulubei et Y. Cauchois, *Disqu. Mat. et Phys.*, **1**, 1, 1940, pp. 142-156.

certaines raies, troisième ordre par rapport aux valeurs connues des émissions $K\alpha_1$, α_2, et parfois β_1 des éléments suivants, enregistrées en divers ordres :

Ba, Te, Sb, Sn, Ag, Pd, Rh, Ru, Mo, Nb, Zr, Sr, As, Cu, Fe, Ni.

On trouvera dans le tableau I les résultats relatifs aux principales raies d'émission observées, et dans le tableau II les positions des discontinuités d'absorption. En combinant les fréquences expérimentales d'émission et d'absorption, j'ai calculé les fréquences caractéristiques de l'atome 83 avec une précision et une cohérence que je crois nettement supérieures à celles atteintes jusqu'ici. Or la connaissance exacte des niveaux énergétiques de de cet atome présente un intérêt particulier du fait qu'il sert de base d'interpolation pour l'estimation de ceux des autres éléments radioactifs naturels voisins dans le système périodique, l'autre base d'interpolation étant le radium (88), depuis qu'il a été étudié par H. Hulubei ([3]).

TABLEAU I.

Émission.	λ u. x.	ν/R.	Émission.	λ u. x.	ν/R.	Émission.	λ u. x.	ν/R.
$L_I M_{II}$ β_4....	974,91	934,72	$L_{II} M_I$ η....	1056,42	862,60	$L_{III} M_I$ l.....	1131,45	693,80
M_{III} β_3....	936,64	972,91	M_{IV} β_1...	950,05	958,18	M_{IV} α_2....	1152,98	790,36
M_{IV} β_{10}...	903,08	1009,07	N_I γ_5...	837,52	1088,06	M_V α_1....	1141,54	798,28
M_V β_9....	896,06	1016,97	N_{IV} γ_1...	811,48	1122,97	N_I β_6....	991,30	919,27
N_{II} γ_2....	794,05	1147,62	$(N_{VI,VII} O_I)$ γ_8...	795,61	1145,37	N_{III}......	971,3_0	938,2_0
N_{III} γ_3....	787,66	1156,93	O_{IV} γ_6...	788,86	1155,17	N_{IV} β_{15}...	955,06	954,15
N_{IV}......	776,9_6	1172,8_6				N_V β_2....	953,21	956,00
N_V.......	775,7_4	1174,7_1				$(N_{VI,VII} O_I)$ β_7 β'_7..	933,13	976,57
$(N_{VI,VII} O_I)$.	762,5_4	1195,0_4				O_{III}......	928,5_5	981,3_9
O_{II} γ'_4...	760,44	1198,34				$O_{IV,V}$ β_5...	923,68	986,56
O_{III} γ_4....	759,35	1200,06				$P_{II,III}$.....	922,30	988,04
$O_{IV,V}$.....	756,3_8	1204,7_8						
$P_{II,III}$ γ_{13}...	755,3_9	1206,3_6						

TABLEAU II.

Discontinuités.	Mesures antérieures.	λ u. x.	ν/R.
L_I........	753,4–756,4–755,9	755,2_6	1206,5_6
L_{II}.......	787,4–787,3–787,8	787,1_2	1157,7_3
L_{III}......	921,9————922,1	921,5_0	988,9_0
	d'après Siegbahn ([4]).		

([3]) *Journ. de Phys. et le Rad.*, 7e série, 8, 1937, pp. 260-267.

([4]) *Spektroskopie der Röntgenstrahlen*, 26e édit., Berlin, 1931.

TABLEAU III.

K d'après $K\alpha_1\alpha_2$ (5).	L_I.	L_{II}.	L_{III}.	M_I.	M_{II}.	M_{III}.	M_{IV}.	M_V.
$6668{,}2_3$	$1207{,}6_0$	$1157{,}7_1$	$988{,}9_0$	$295{,}1_0$	$272{,}8_8$	$234{,}6_9$	$198{,}5_3$	$190{,}6_2$

N_I.	N_{II}.	N_{III}.	N_{IV}.	N_V.	$N_{VI,VII}O_I$.	O_{II}.	O_{III}.	O_{IV}.	$O_{IV,V}$.	$P_{II,III}$.
$69{,}6_4$	$59{,}9_8$	$50{,}6_7$	$34{,}7_4$	$32{,}9_0$	$12{,}3_3$	$9{,}2_6$	$6{,}5_4$	$2{,}5_4$	$2{,}3_4$	$1{,}0$

SPECTROSCOPIE. — *Étude de la transmission de quelques dérivés disubstitués du benzène dans l'infrarouge lointain.* Note de M. **Maurice Parodi**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons étudié, dans l'infrarouge lointain, divers dérivés *parasubstitués* du benzène en utilisant un dispositif à réseau construit en collaboration avec P. Barchewitz (1); les corps étudiés, qui sont des solides ou des liquides solubles dans la paraffine, ont été déposés sur (ou dissous dans) de la paraffine taillée en plaques de 1^{mm} d'épaisseur; le tableau suivant donne les valeurs des fréquences observées (en cm^{-1}) entre 15 et 50 μ.

	Fréquences.							
p-C^6H^4BrI	–	205	240	324	–	420	–	530
p-C^6H^4ClI	196	–	235	272	310	–	385	–
p-$C^6H^4Br^2$	192	210	230	266	300	–	385	515
p-C^6H^4BrCl	192	210	234	270	–	366	–	500
p-C^6H^4BrOH	–	–	236	267	310	–	395	510
p-$C^6H^4BrNH^2$	–	–	230	280	335	–	–	500
p-$C^6H^4Cl^2$	200	220	250	290	340	–	400	515
p-$C^6H^4ClNH^2$	–	–	260	310	–	–	400	515

En se référant aux travaux de Kohlrausch et Paulsen (2) et de Kohlrausch et Ypsilanti (3), qui ont étudié les mêmes substances en effet Raman, on peut classer certaines des fréquences observées. Le graphique ci-contre représente, en pointillé, les fréquences observées en effet Raman et, en traits pleins, les fréquences observées en infrarouge; quatre groupes de

(5) E. Ingelstam, *Thèse*, Upsala, 1936.

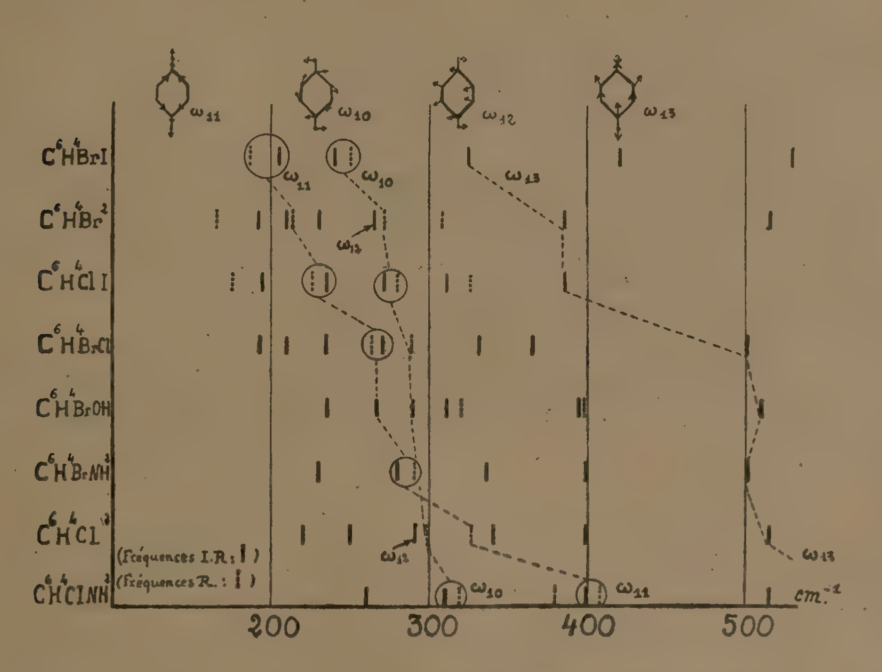
(1) *Journ. de Phys.*, **10**, 1939, p. 143.

(2) *Sitzungsberichte Akad. Wiss. Wien, Math. Nat.*, 2 B, **147**, 1939, p. 344.

(3) *Sitzungsberichte Akad. Wiss. Wien, Math. Nat.*, 2 B, **144**, 1935, p. 417.

bandes sont à distinguer et correspondent aux fréquences suivantes (notations de Kohlrausch et Paulsen) :

1° les fréquences ω_{10} et ω_{11} (dont les modes de vibration sont indiqués sur le graphique); elles sont actives en effet Raman pour tous les composés et deviennent actives dans le spectre infrarouge seulement quand les substituants sont différents;



2° les fréquences ω_{12} et ω_{13}, actives en infrarouge pour tous les composés et actives dans le spectre de diffusion seulement quand les substituants sont différents.

Kohlrausch et Paulsen ont calculé, dans le cas de *substituants identiques*, les fréquences des groupes 1 et 2; le tableau suivant donne, pour le second groupe, les fréquences calculées et les fréquences observées en infrarouge.

	ω_{12}		ω_{13}	
	calc.	obs.	calc.	obs.
p–$C^6H^4Cl^2$	291	290	506	515
p–$C^6H^4Br^2$	252	266	407	385

L'accord est satisfaisant.

D'autre part, en traçant les courbes représentant les valeurs de ω_{12} et ω_{13} en fonction de la masse totale des substituants, nous avons déterminé

approximativement les valeurs de ces fréquences pour les composés étudiés; le tableau suivant permet de comparer les résultats du calcul et ceux de nos observations :

	ω_{12}		ω_{13}	
	calc.	obs.	calc.	obs.
p–C^6H^4BrI	248	240	340	324
p–C^6H^4ClI	250	272	410	385
p–C^6H^4BrCl	270	270	470	500
p–C^6H^4BrOH	280	267	480	510
p–$C^6H^4BrNH^2$	280	280	480	500
p–$C^6H^4ClNH^2$	310	310	560	–

Il apparaît que les bandes correspondant aux fréquences ω_{12} doivent être confondues tantôt avec celles dues aux fréquences ω_{10}, tantôt avec celles correspondant aux fréquences ω_{11}; c'est pourquoi, sur le graphique, nous n'avons précisé que les suites ω_{10}, ω_{11} et ω_{13}.

Pour des fréquences inférieures à ω_{11} et pour des fréquences comprises entre ω_{10} et ω_{13}, il semble que l'on puisse aussi distinguer des suites de bandes qui seraient peut-être dues à des mouvements gauches de la molécule.

OPTIQUE. — *Coefficient rotationnel du groupe de bandes ultraviolettes du quartz.* Note de M. **Roger Servant**, présentée par M. Aimé Cotton.

On sait que les théories quantiques du pouvoir rotatoire aboutissent à une équation de dispersion

$$\rho = \frac{16\pi^2}{3hc}\,\frac{n^2+2}{3}\sum_a\left[N(a)\sum_b\frac{R_{ba}\nu^2}{\nu_{ba}^2-\nu^2}\right]$$

qui fait intervenir les *coefficients rotationnels* R_{ba} des différentes transitions caractéristiques ν_{ba} (1). Ce résultat, qui diffère des résultats classiques par l'introduction de l'indice et soulève encore certaines objections (2), n'a été illustré jusqu'ici que par de très rares exemples.

(1) Voir E. U. Condon, *Reviews of Modern Physics*, **9**, 1937, p. 432.

(2) Voir W. Kuhn, *Zeits. f. Physikalische Chemie*, **30**, 1935, p. 356 et surtout E. U. Condon, *loc. cit.*, p. 454. Ces auteurs discutent, en utilisant les données récentes, les objections déjà formulées par E. Darmois (*Journal de Physique*, 6, 1925, p. 232) à propos de théories plus anciennes.

Il m'a paru intéressant d'essayer de l'appliquer au quartz. Celui-ci a un pouvoir rotatoire cristallin, mais on peut, en développant pour le pouvoir rotatoire une idée déjà utilisée par Langevin pour le calcul de la biréfringence, justifier une telle application [3].

J'ai trouvé que, dans le domaine spectral 8000 Å-2000 Å, le quartz obéit à la formule

$$\rho = (N_0^2 + 2) \cdot \frac{165,6}{10^{-6}\lambda_v^2 - 1,325} \qquad \text{(I)}$$

où ρ est le pouvoir rotatoire en degrés par millimètre, N_0 l'indice ordinaire *absolu* et λ_v la longueur d'onde *par rapport au vide* exprimée en Å. L'erreur moyenne est de 5 °/₀₀, comme le montre le tableau suivant :

λ_v	N_0	ρ Observé.	ρ Calculé.	λ_v	N_0	ρ Observé.	ρ Calculé.
8000	1,5389	11,45	11,54	3000.....	1,5785	97,72	96,91
7000	1,5411	15,13	15,20	2500.....	1,6011	154,60	153,45
6000	1,5443	20,93	20,94	2250.....	$1,6202_5$	205,90	204,93
5000	1,5492	30,86	30,78	2000.....	1,6501	291,35	292,37
4000	1,5582	50,26	49,97				

On pourrait augmenter la précision de la formule en y faisant intervenir *deux* longueurs d'onde caractéristiques, comme le suggèrent d'autres études sur le pouvoir rotatoire (T. M. Lowry et W. R. C. Coode-Adams, T. Bradshaw et G. H. Livens, R. Servant) ainsi que l'étude comparative des potentiels caractéristiques de O^2, CO^2 et SiO^2 (J. Engl). Mais une telle opération serait en partie arbitraire; d'autre part il resterait à ajuster la formule à la région de Schumann; or, dans cette région, si les pouvoirs rotatoires sont connus (R. Servant), les indices ne le sont pas encore. Il paraît donc préférable de s'en tenir à la formule (1), qui fournit *avec certitude* l'action moyenne du *groupe* de bandes situé à λ_m 1150 Å.

Il est à noter que la *longueur d'onde réduite* λ_m diffère de celle (770 Å) intervenant dans la dispersion de l'indice ordinaire [4]. Ce fait peut s'expliquer d'après les théories actuelles (voir Condon), et l'exemple du quartz est à ajouter à celui déjà fourni par Hunter. Par contre c'est la

---

(3) R. SERVANT, *Annales de Physique*, 12, 1939, p. 478, note 2.

(4) On peut en effet écrire

$$\frac{N_0^2 - 1}{N_0^2 + 2} = 0,3105 \cdot \frac{10^{-6}\lambda_v^2}{10^{-6}\lambda_v^2 - 0,599}.$$

même longueur d'onde caractéristique λ_m qui intervient dans la formule

$$(\text{II}) \qquad 10^3.(N_e - N_0) = 8,733 \cdot \frac{10^{-6}.\lambda_\nu^2}{10^{-6}.\lambda_\nu^2 - 1,325}$$

traduisant la biréfringence du quartz [5]. Tout se passe donc comme si en moyenne les bandes réduites *actives* pour la biréfringence et le pouvoir rotatoire étaient situées à la même place.

Revenant à la formule (1), si l'on prend, comme je l'ai proposé, les groupes $3(SiO^2)$ comme éléments de base, on trouve [6] comme *coefficient rotationnel* du groupe de bandes 1150 Å :

$$R = 2,75.10^{-38} \text{ c. g. s.}$$

FLUORESCENCE. — *Sur la fluorescence polarisée et le photodichroïsme de gels de collodion colorés avec de l'éosine.* Note [1] de M. **Serge Nikitine**, présentée par M. Aimé Cotton.

J'ai montré [2] que l'étude du photodichroïsme permettait d'obtenir des renseignements sur le dichroïsme de certaines molécules. On sait [3] d'autre part que la polarisation de la fluorescence des colorants dépend en même temps du dichroïsme moléculaire et de l'anisotropie d'émission de la lumière par les molécules étudiées. Il était donc intéressant d'entreprendre une étude comparative de la fluorescence polarisée et du photodichroïsme [4], pour contrôler les conclusions tirées précédemment sur le dichroïsme moléculaire. Cette comparaison fournit d'autre part des renseignements sur l'anisotropie de l'oscillateur d'émisssion de la fluorescence.

J'ai étudié l'éosine dans des gels de collodion. Elle est en même temps

---

(5) R. Servant, *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 641.

(6) En adoptant 2,65 comme densité du quartz et $\mathcal{N} = 6,06.10^{23}$.

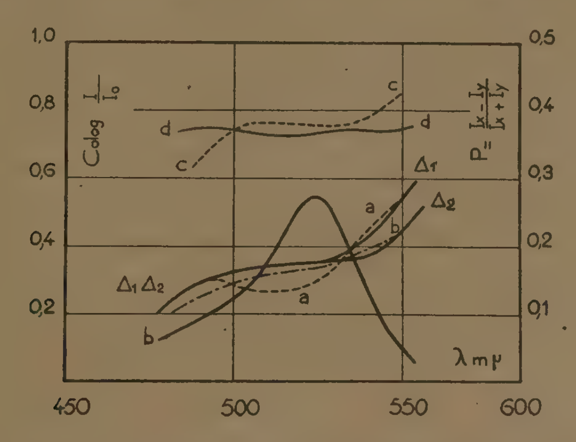
(1) Séance du 23 juin 1941.

(2) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 124; 206, 1938, p. 1219; 207, 1938, pp. 331 et 462; 208, 1938, p. 805; voir aussi *Ann. de Phys.*, 15, mai-juin 1941, p. 276.

(3) S. J. Wawilow et W. L. Lewschine, *Zs. f. Phys.*, 16, 1923, p. 135; F. Perrin, *Ann. de Phys.*, 12, 1929, p. 169; A. Jablonski, *Zs. f. Phys.*, 96, 1935, p. 236.

(4) J'avais tenté de faire précédemment une première comparaison entre la fluorescence et le photodichroïsme (*Comptes rendus*, 207, 1938, p. 331), mais elle ne me paraît plus satisfaisante. Elle comportait, d'autre part, des évaluations numériques incorrectes.

fluorescente et photosensible. Les mesures de photodichroïsme ont été faites dans les conditions décrites précédemment et ont donné des résultats en accord avec les précédents. Le montage utilisé dans les mesures du taux de polarisation de la fluorescence comprenait, pour l'excitation : une lampe SP 500 à vapeur de mercure sous haute pression, un monochromateur et un polariseur; pour l'observation : un polariscope de Savart suivi d'un deuxième monochromateur qui permettait de séparer la fluo-



rescence de la lumière diffusée ou encore d'utiliser différentes tranches de la bande d'émission. La direction d'observation était légèrement oblique par rapport à la direction du faisceau excitateur. J'ai étudié des gels de consistances différentes : *a*. des gels en couche solide et mince sur un support en verre, obtenus à partir d'une solution de 15 % de collodion dans l'alcool-éther; *b*. des gels en couche épaisse et gélatineuse sur support en verre, obtenus avec une solution de collodion diluée d'alcool et additionnée de glycérine; *c*. des gels solides, épais et friables, préparés avec la même solution de collodion que *b*, mais séchés sans support de verre. Lors du séchage, *a* et *b* se contractent suivant une dimension, *c* suivant trois dimensions. On admet généralement que *c* est homogène alors que *a* et *b* sont probablement poreux. Les trois gels sont optiquement isotropes.

J'ai mesuré le taux de polarisation $P=(I_x-I_y)/(I_x+I_y)$ de la fluorescence en fonction de la longueur d'onde de la lumière excitatrice. Les résultats sont donnés sur la figure sous forme de courbes. J'y ai porté en même temps la courbe d'absorption de la couche colorée. *a*, *b* et *c* donnent les valeurs de P pour les gels de même désignation (*a* en traits interrompus, *b* en traits mixtes); *d* se rapporte à une solution visqueuse; Δ_1 et Δ_2 sont des courbes déduites par le calcul de l'étude du photo-

dichroïsme (1 ancienne, 2 récente). Celle-ci donne en effet la variation du dichroïsme de la molécule en fonction de la longueur d'onde de la lumière absorbée. On peut alors calculer *a priori* le taux de polarisation de la fluorescence en fonction de la longueur d'onde de la lumière excitatrice, en admettant une anisotropie donnée pour l'oscillateur d'émission. Celui-ci a été supposé linéaire dans le calcul de Δ_1 et Δ_2. Les courbes Δ_1 et Δ_2 sont relatives à des gels *a*; les gels *b* évoluent trop vite, les gels *c* ne donnent pas de photodichroïsme et ne sont que faiblement fluorescents.

Les résultats de cette étude sont les suivants : 1° On sait que les gels se comportent au point de vue de la fluorescence d'une façon très différente des solutions. *a* et *b* se comportent d'une façon caractéristique pour les gels. L'ordre de grandeur des taux trouvés concorde avec celui trouvé par S. M. Mitra ([5]). Quant à *c*, il se comporte à peu près comme la solution *d* et le taux de polarisation est relativement élevé.

2° On serait tenté de rapprocher les propriétés très différentes de *a*, *b* et *c* de la différence de leur structure. Si *a* et *b* sont poreux, les molécules de colorant adsorbées dans les pores seraient relativement peu influencées par le gel. Dans *c* au contraire les molécules seraient fortement influencées par le milieu environnant. Le fait que dans *c* l'éosine ne pâlit pas à la lumière peut être aussi rapproché du fait que *c* serait peu perméable à l'air.

3° Les courbes Δ_1 et Δ_2 concordent assez bien avec *a* et *b*. Cette concordance n'est pas toujours aussi bonne : les mesures des taux de polarisation ne sont pas toujours très précises; d'autre part les résultats obtenus diffèrent un peu d'un gel à un autre. Toutefois il n'est pas douteux que cette étude confirme la *variation du bleu au rouge* du dichroïsme moléculaire signalé précédemment. Elle conduit à admettre d'autre part que l'oscillateur d'émission dans la fluorescence est très anisotrope.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur une propriété remarquable des mésons lents.* Note ([1]) de M. **Jacques Solomon**, transmise par M. Paul Langevin.

L'application des principes de la mécanique quantique aux mésons *négatifs* montre que ceux-ci peuvent être « captés » par un proton pour

---

([5]) *Ind. J. of Phys.*, **22**, v, 1939, p. 349.

([1]) Séance du 23 juin 1941.

former avec celui-ci, grâce à l'interaction coulombienne, un *atome* en tous points analogue à l'atome d'hydrogène.

Soit μ la masse du méson, m celle de l'électron. Posons

$$\sigma = \frac{\mu}{137\,m}\left(1 - 0{,}074\,\frac{\mu}{137\,m}\right).$$

La valeur de σ est comprise entre 1 et 2.

Les dimensions de l'*atome* en question sont mesurées par la longueur $\hbar^2/\mu e^2\sigma$, soit $3/\sigma.\,10^{-11}$cm. Elles sont donc fortement supérieures au rayon d'action des forces mésiques proprement dites, soit $\hbar/\mu c$, ce qui justifie l'application de la mécanique quantique habituelle. L'énergie de liaison du méson est de $1800\,\sigma$ électron-volts.

On remarquera que la vie moyenne d'un méson de faible énergie est de l'ordre de 10^{-6} sec, mais, ce temps étant très considérable vis-à-vis de la période atomique, on peut négliger dans notre problème cette instabilité du méson.

Soit v la vitesse des mésons considérés passant à proximité des protons. Posons $\lambda = e^2/\hbar v$, la section efficace de capture d'un méson sur l'orbite fondamentale est donnée par

$$Q = \frac{32}{\sigma^2}\,\frac{\lambda^6}{(\lambda^2+1)^2}\,\frac{e^{-4\lambda\,\mathrm{arc\,cot}\,\lambda}}{1 - e^{-2\pi\lambda}}\,10^{-26}\,\mathrm{cm}^2;$$

soit

$$Q = \frac{0{,}32}{\sigma^2}\cdot 10^{-26}\,\mathrm{cm}^2 \quad \text{pour } \lambda = 1; \qquad Q = \frac{1{,}9}{\sigma^2}\cdot 10^{-26}\,\mathrm{cm}^2 \quad \text{pour } \lambda = 2;$$

$$Q = \frac{0{,}35}{\sigma^2}\cdot 10^{-29}\,\mathrm{cm}^2 \quad \text{pour } \lambda = \frac{1}{10}.$$

La section efficace est encore plus forte pour les très faibles vitesses, d'autant plus que les transitions vers les états excités deviennent alors très sensibles. La capture est accompagnée de l'émission d'un photon d'énergie

$$h\nu = \frac{2\pi^2\mu e^4}{h^2}\left(1 + \frac{1}{\lambda^2}\right).$$

L'effet de capture doit donc jouer un rôle essentiel dans la dynamique des mésons négatifs lents (vitesses inférieures à 2.10^8 cm.sec^{-1}).

On notera que, de leur côté, les mésons positifs peuvent capter un électron en formant un édifice ayant les mêmes dimensions que l'atome d'hydrogène.

PHYSICOCHIMIE. — *Valeur de la tension superficielle de solutions de différents savons de sodium.* Note de M. **Raymond Cavier**, présentée par M. Maurice Javillier.

Au cours de recherches que nous poursuivons sur le mécanisme de l'hémolyse produite par les sels alcalins des acides gras à poids moléculaire élevé, nous avons été amené à considérer le rôle des actions de surface dans ce phénomène. La détermination de la tension superficielle des solutions de savons n'ayant été faite que pour un petit nombre d'entre eux et sans tenir compte de l'influence des variations du pH, nous avons procédé dans des conditions bien déterminées à la mesure précise de cette tension superficielle pour les différents corps que nous avions étudiés du point de vue de leurs propriétés hémolytiques.

Étant donné l'influence considérable qu'exercent la concentration en sels neutres du milieu d'une part et les variations du pH d'autre part sur la tension superficielle des solutions de savons, il était indispensable de maintenir ces deux facteurs constants pour toutes les déterminations que nous avions à effectuer : nous avons d'abord préparé des solutions mères de savon (M/10) en faisant dissoudre au bain-marie la quantité nécessaire de savon dans la solution saline suivante :

Solution tampon de pH 9 (Clark et Lubs)............	1 partie
Solution de chlorure de sodium à 8 ‰	4 parties

Cette solution mère est diluée avec la solution saline de même composition pour obtenir les solutions de savons de titre voulu ($M \times 10^{-2}$ à $2M \times 10^{-5}$).

Pour effectuer nos mesures, nous avons employé concurremment la méthode stalagmométrique (compte-gouttes de Duclaux) et la méthode d'arrachement de l'anneau (tensiomètre de Lecomte du Noüy). L'ensemble de nos résultats figure dans le tableau ci-après, où sont indiquées les valeurs de la tension superficielle des solutions de savons préparées comme il vient d'être indiqué pour différentes concentrations, en dynes/cm. à la température de 20° C.

	$2M.10^{-5}$.		$M.10^{-4}$.		$2M.10^{-4}$.		$M.10^{-3}$.		$2M.10^{-3}$.		$M.10^{-2}$.	
	A.	B.	A.	B.	A.	B.	A.	B.	A.	B.	A.	B.
Oléate de sodium..........			71,9	64,2	68,5	60,2	52,4	47,7	41,6	38,8	29,5	30,4
Linoléate »			71,1	63,5	66,6	58	44	39,5	35,7	36,2	29,9	30,8
Linolénate »			70,4	62	64,3	56,4	40,4	37,3	32,7	33	30,3	30,6
Ricinoléate »	70	66,5	63,2	61,4	57,2	55,2	45	42,8	40,7	39,9	36,2	36,8
Dibromoricinoléate de sod..	66	61,3	57,8	52,4	53,5	47,5	40	38,5	36,6	36,2	34,2	33,1
Laurate de sodium.........			71,9	72,2	70,4	70	60,2	59	49,6	50,2	25,5	27,9
α-Bromolaurate de sodium..			70,4	69	67,9	66,2	52,6	51	44,1	44,8	39,7	39,9
Oxystéarolate » ..			68,5	66,9	62,5	62,5	52,6	53,1	47	49	39,2	41
Hydnocarpate » ..			71,1	67	67,2	61,8	47,7	44	43	39,7	32,8	32,3
Chaulmoograte » ..			72,5	70,8	71,1	67,4	58,7	55,1	50,8	47,6	43	40,9

Tension superficielle des solutions de savons isotoniques, à pH 9, en dynes/cm à 20° C.
Colonnes A : T. S. déterminées par stalagmométrie; colonnes B : T. S. déterminées par arrachement de l'anneau.

Nous pouvons d'abord constater que, d'une manière générale, les valeurs de la tension superficielle obtenues au tensiomètre sont plus faibles que celles données par la méthode stalagmométrique. Semblable constatation a été faite récemment par A. Boutaric, P. Berthier et M. Roy avec les solutions de bile (¹).

En ce qui concerne l'action exercée sur la tension superficielle par les divers savons envisagés, nous pouvons tirer de ces résultats les conclusions suivantes :

1° Les savons d'acides gras non saturés se rangent par ordre d'activité croissante de la manière suivante

$$\text{Oléate} < \text{Linoléate} < \text{Linolénate}.$$

L'abaissement produit par ces savons est donc d'autant plus grand que le nombre de doubles liaisons figurant dans la molécule est plus élevé.

2° Le ricinoléate de sodium, un peu moins tensio-actif que les trois savons précédents pour des concentrations relativement grandes ($M.10^{-2}$, soit 0,32 %), l'est au contraire davantage pour de faibles concentrations; il agit encore, en effet, à la concentration $2M.10^{-5}$, alors que l'action de l'oléate, du linoléate et du linolénate est négligeable dans ces conditions.

3° Le remplacement de la liaison éthylénique dans la molécule du ricinoléate par une liaison acétylénique (oxystéarolate) diminue la tensio-activité.

(¹) *Bull. Soc. Chim. biol.*, 22, 1940, p. 170.

4° Au contraire, la fixation d'une molécule de brome sur la double liaison du ricinoléate donne un savon (dibromo-ricinoléate de sodium) notablement plus tensio-actif.

5° La substitution en α d'un atome de brome dans la molécule de l'acide laurique conduit à un produit (α bromolaurate de sodium) abaissant plus la tension superficielle de l'eau que le laurate de sodium, au moins en ce qui concerne les solutions assez diluées.

6° L'hydnocarpate de sodium est plus actif que le chaulmoograte. Ces deux corps, doués d'une activité physiologique remarquable, ne semblent pas abaisser la tension superficielle d'une manière particulière, comparativement aux autres savons.

CINÉTIQUE CHIMIQUE. — *Concentrations limites d'inflammation et inflammabilité des hydrocarbures.* Note [1] de M. **Georges Reutenauer.**

Nous avons exposé [2] les résultats de nos déterminations sur les concentrations limites d'inflammation spontanée des systèmes oxygène-azote-décahydronaphtalène-tétrahydronaphtalène et oxygène-azote-décahydronaphtalène-dicyclopentadiène sous la pression atmosphérique et au-dessous de 300°.

L'étude du combustible mixte cétène-α-méthylnaphtalène présente un intérêt particulier du fait que ce mélange sert de système de référence dans la mesure de l'inflammabilité des gasoils pour moteurs Diesel.

Comme dans les deux premiers cas, l'un des hydrocarbures de ce mélange binaire, le cétène, s'enflamme à l'état pur dans un vaste domaine de concentrations, tandis que le méthylnaphtalène seul ne subit que l'oxydation lente, quelle que soit la pression d'oxygène utilisée.

Nous avons déterminé, en fonction des concentrations des trois constituants du mélange gazeux oxygène-azote-combustible, les domaines des concentrations permettant l'inflammation des combustibles mixtes dont la fraction molaire en cétène possède les valeurs 0,90, 0,75, 0,50, 0,25 et 0,10 (*fig.* 1). Pour les mélanges faiblement carburés, les seuls importants au point de vue pratique, l'inflammation sous une pression donnée d'oxygène exige une concentration minimum constante en cétène,

---

(1) Séance du 4 juin 1941.

(2) *Comptes rendus*, **208**, 1939, pp. 351 et 1814.

tant que le mélange binaire ne titre pas plus de 50 % de méthylnaphtalène. Mais de plus fortes teneurs en cet hydrocarbure font croître la concentration minimum en cétène permettant l'inflammation. A la limite inférieure, l'inflammation se produit lorsque les chaînes de réactions se forment en quantité suffisante en un temps donné. La diminution d'inflammabilité des mélanges riches en méthylnaphtalène indique donc que cet hydrocarbure possède une action inhibitrice sur la naissance des chaînes de réactions qui entraînent la combustion vive du cétène.

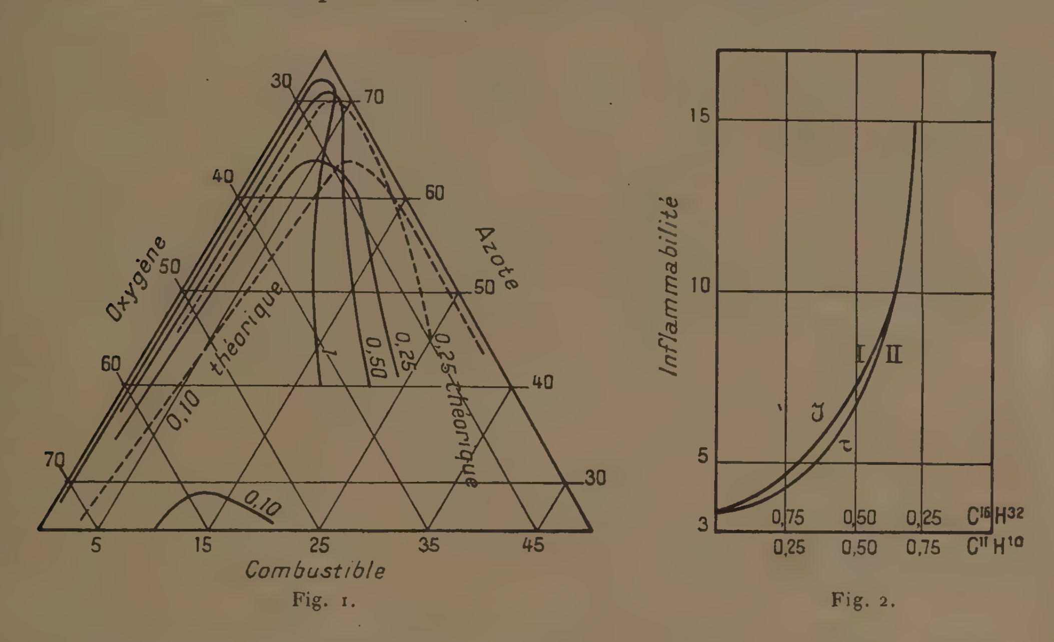


Fig. 1.

Fig. 2.

Dans le cas des faibles teneurs en hydrocarbures, un combustible est d'autant plus facilement inflammable que sa concentration minimum, sous une pression donnée d'oxygène, est plus faible. La figure 2 représente alors la courbe d'inflammabilité relative I, calculée à partir du diagramme 1, des différents mélanges binaires cétène-α-méthylnaphtalène en fonction de la concentration C du cétène ou nombre de cétène. Entre 50 % et 100 % de cétène, cette courbe correspond à une hyperbole de formule $IC = K$, mais elle s'élève plus rapidement pour des teneurs en méthylnaphtalène supérieures à 50 %.

Si nous donnons à la constante K la valeur 3,5, cette courbe coïncide assez exactement avec celle que Michaïlova et Neumann [3] trouvèrent en

---

(3) *C. R. Acad. U. R. S. S.*, **11**, XI, 1936, p. 4.

mesurant la période d'induction τ en fonction de ce même nombre de cétène C, lors de la combustion des mélanges cétène-α-méthylnaphtalène à 580° et sous 21^{atm} (*fig.* 2, courbe II). De plus ces auteurs recherchèrent, dans les mêmes conditions, le délai d'inflammation de différents combustibles et constatèrent que le nombre de cétène calculé à partir de ce délai est égal au nombre de cétène déterminé par les expériences au moteur dans les conditions standard.

Il est donc possible d'obtenir, par l'étude des concentrations limites inférieures d'inflammation, une valeur approchée assez exacte du nombre de cétène d'un combustible. Par exemple, le nombre de cétène du décahydronaphtalène, calculé à l'aide de la courbe d'inflammation de ce composé ([2]), est égal à 33, donc très voisin du nombre 36 que donnent les mesures au moteur.

On avait tenté jusqu'ici de relier les nombres d'octane et de cétène des combustibles pour moteur à explosion aux températures d'oxydation et d'inflammation spontanée de ces substances. Les présents résultats prouvent qu'il est beaucoup plus avantageux de s'adresser aux concentrations limites d'inflammation spontanée.

MÉTALLURGIE. — *Amélioration de la résistance à la sulfuration des alliages d'argent.* Note ([1]) de M. **Hubert Forestier** et Mlle **Jacqueline Longuet.**

Dans une étude ([2]) sur la résistance à la sulfuration de divers alliages d'argent, l'un de nous avait mis en évidence les possibilités d'amélioration de cette résistance par substitution du cadmium ou de l'antimoine au cuivre des alliages usuels; l'intérêt de cette question nous a conduits à entreprendre une étude systématique sur les variations de vitesse de sulfuration des alliages d'argent en fonction de la nature des métaux d'addition et des conditions d'attaque.

Les alliages étaient attaqués soit par immersion, soit par dépôt de liquide pulvérisé sous forme de brouillard.

Les résultats obtenus dans les deux cas furent parallèles, mais dans le

---

([1]) Séance du 9 juin 1941.

([2]) H. Forestier, Communications aux *XII*^{e} et *XIII*^{e} *Congrès de Chimie Industrielle*, Prague (octobre 1932) et Lille (septembre 1933).

dernier la vitesse de sulfuration était accrue. Cette vitesse variait également avec la concentration en ions H^+ de la solution d'hydrogène sulfuré, variation très inégale suivant les différents métaux d'addition; nous avons été conduits à effectuer ces expériences en milieu basique (NH^3 ou NaOH; pH 9,5), neutre et acide (CH^3CO^2H; pH 3). Tel métal résistant bien à la sulfuration en milieu basique noircissait rapidement en milieu acide, ou inversement.

La vitesse de sulfuration était évaluée en mesurant le temps nécessaire à l'apparition d'un jaunissement déterminé *a priori* sur un échantillon type d'argent pur. Nous avons établi également la classification des échantillons par comparaison entre eux, après une attaque d'une durée déterminée.

Les métaux d'addition utilisés soit seuls, soit associés, étaient

cadmium, zinc, aluminium, calcium, magnésium, silicium, étain.

Nous ne pouvons donner ici que les principaux résultats obtenus et les conclusions qui se dégagent de cette étude.

Nous avons opéré sur huit alliages présentant la composition suivante :

Métal d'addition	Cu %.	Cd %.	Zn %.	Ca %.	Sn %.	
1.........	20	–	–	–	–	
2.........	–	–	–	–	–	(argent pur)
3.........	–	20	–	–	–	
4.........	–	20	–	4	–	
5.........	–	13	7	–	–	
6.........	–	–	20	–	–	
7.........	–	25	–	–	5	
8.........	–	18	6	–	5	

Voici les résultats obtenus :

Classification par ordre de résistance croissante à la sulfuration.

Milieu basique.....	1	2	3	4	5	6	7	8
» acide.......	1	2	3	6	5	4	7	8

Vitesse de sulfuration.
(*Temps nécessaire à l'apparition d'un jaunissement donné en milieu basique.*)

Alliage.......	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Temps en secondes....	15	26	145	190	510	630	3180	4500

Un certain nombre de ces alliages ont été étudiés également à l'état trempé lorsqu'à l'état recuit l'examen micrographique ne révélait pas une

structure monophasée; la trempe nous permettait alors d'obtenir une solution solide unique. Dans tous les cas examinés, la vitesse de sulfuration était un peu plus élevée pour les alliages trempés que pour les alliages recuits.

L'étude des propriétés mécaniques de ces différents alliages a mis en évidence une augmentation de dureté et une diminution corrélative de malléabilité par addition d'aluminium, de cadmium, ou de magnésium.

Nous pouvons tirer de ce travail les conclusions suivantes :

1° Les alliages ayant les vitesses de sulfuration les plus faibles sont des alliages ternaires ou quaternaires renfermant du cadmium, de l'étain, du zinc ou du calcium.

2° L'addition de zinc, excellente en milieu basique, est moins favorable en milieu acide, et inversement pour le calcium.

3° Une structure monophasée n'est pas indispensable pour obtenir de bons résultats, contrairement à ce que l'on observe généralement dans les phénomènes de corrosion.

4° Cette étude nous a permis d'atteindre une résistance au noircissement par sulfuration 300 fois supérieure à celle des alliages argent-cuivre utilisés habituellement.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Nouvelles formules donnant le pouvoir calorifique de la houille et du coke.* Note de MM. **Henri Lefebvre** et **Constantin Georgiadis**, présentée par M. Marcel Delépine.

La seule méthode qui permette de déterminer avec précision le pouvoir calorifique d'une houille ou d'un coke consiste à brûler la prise d'essai dans une bombe plongée dans un calorimètre à eau. Cette opération étant délicate et longue, on se contente en général de calculer une valeur approchée au moyen de quelque formule empirique d'après les données de l'analyse industrielle : teneurs en humidité, cendres et matières volatiles. En France, on utilise pour les houilles la formule de Goutal [1]. Or l'étude de 1200 échantillons de charbon du Nord ou du Pas-de-Calais nous a montré que la différence entre le résultat qu'elle donne et la mesure à la bombe dépasse très couramment 1, et souvent 2%. Sans

---

[1] *Comptes rendus*, **135**, 1902, p. 477.

entrer ici dans une critique détaillée, nous pouvons dire que cela tient à la structure même de cette formule.

Houille. — Nous avons constaté que le pouvoir calorifique de l'ensemble des houilles à plus de 20 % de matières volatiles ne peut être représenté avec précision par une fonction uniforme des seules variables humidité,

TABLEAU I. — *Valeur de f(V') pour les différentes classes de houilles.*

V'.	f(V'). Valeur indépendante de l'aspect du résidu.	V'.	f(V'). Le résidu du dosage des matières volatiles est solide et à peine gonflé, avec surface bombée.	moyennement gonflé.	bour-souflé.	ou bien légèrement agglutiné mais non gonflé, et avec surface plate ou irrégulière, ou bien pulvérulent.
5...	8520	20...	8720	8720	»	ce cas ne se rencontre pas
6...	8560	21...	8712	8720	8723	
7...	8600	22...	8704	8719	8727	
8...	8636	23...	8696	8718	8734	
9...	8660	24...	8688	8715	8740	
10...	8676	25...	8680	8712	8745	
11...	8685	26...	8671	8708	8748	
12...	8694	27...	8663	8704	8750	
13...	8700	28...	8655	8699	8748	
14...	8704	29...	8645	8694	8742	
15...	8708	30...	8635	8683	8729	
16...	8710	31...	8622	8667	8715	
17...	8712	32...	8602	8650	8698	
18...	8715	33...	8580	8630	8678	
19...	8718	34...	8556	8607	8657	8376
20...	8720	35...	8532	8582	8632	8362
		36...	8507	8556	ce cas ne se rencontre pas	8346
		37...	8481	8530		8331
		38...	8455	»		8316
		39...	8428	»		8300
		40...	»	»		8285

cendres, matières volatiles; il en est autrement si l'on fait état d'une quatrième variable indépendante, l'aspect du résidu du dosage des matières volatiles (méthode du double creuset porté dans un moufle réglé à 1050°). Pratiquement, il suffit de distinguer quatre classes de houille donnant respectivement un résidu : *a.* solide et à peine gonflé avec surface bombée; *b.* moyennement gonflé; *c.* boursouflé; *d.* pulvérulent ou légèrement

agglutiné avec surface plate ou irrégulière, pour que, dans chacune d'elles, le pouvoir calorifique ne soit plus fonction que des trois caractéristiques habituelles. Dès lors le pouvoir calorifique *à la bombe* d'une houille définie par ses teneurs centésimales h en humidité, c en cendres sur *sec* (combustible séché à l'étuve) et V' en matières volatiles à 1050° sur *pur* [c'est-à-dire contenues dans $100 \times 100/(100 - c$ gr. de sec)], ainsi que par l'aspect de son coke si V' dépasse 20, est donné par la formule empirique ainsi que

$$P = \frac{100 - h}{100} \times \frac{100 - 1{,}08\,c}{100} \times f(V') \text{ Cal. kg/kg},$$

$f(V')$ étant calculé par interpolation au moyen du tableau I. Même quand c atteint 30, la valeur de P ainsi trouvée ne diffère le plus souvent de la mesure à la bombe que de moins de 2 °/₀₀; une différence de 4 °/₀₀ est tout à fait exceptionnelle.

Coke. — De même l'analyse de 1200 cokes de haute température a permis d'établir une formule empirique qui donne, avec une erreur très rarement supérieure à 2 °/₀₀, le pouvoir calorifique *à la bombe* d'un coke défini par ses teneurs centésimales h en humidité, c en cendres sur *sec* et V' en matières volatiles à 1050° sur *pur* :

$$Q = \frac{100 - h}{100} \times \frac{100 - c}{100} \times \varphi(V') \quad \text{Cal. kg/kg},$$

$\varphi(V')$ étant calculé d'après le tableau II.

TABLEAU II. — *Valeurs de* $\varphi(V')$ *pour les cokes de haute température.*

V'.	φ(V').	V'.	φ(V').	V'.	φ(V').	V'.	φ(V').	V'.	φ(V').
1,5	7940	3,5	7979	5,5	8059	7,5	8130	9,5	8174
2,0	7944	4,0	8000	6,0	8078	8,0	8144	10,0	8180
2,5	7950	4,5	8020	6,5	8096	8,5	8155	11,0	8190
3,0	7962	5,0	8040	7,0	8114	9,0	8165	12,0	8197

En résumé, nous avons établi deux formules empiriques pour calculer d'après l'analyse industrielle courante, à ± 2 °/₀₀ près dans la plupart des cas, le pouvoir calorifique *à la bombe* des houilles et des cokes. Un Mémoire détaillé et une méthode de calcul nomographique paraîtront dans un autre Recueil.

GÉOLOGIE. — *Structure du Prérif interne dans la région d'Ouezzane (Rif occidental).* Note (¹) de M. **Jean** et Mme **Yvonne Gubler**, présentée par M. Charles Jacob.

Nos observations stratigraphiques antérieures (²) indiquent que l'avancée et le plissement de la nappe du Prérif se situent ici au Vindobonien, sans pouvoir préciser davantage. Cela s'accorde avec les résultats obtenus par ailleurs dans les forages profonds de la Société Chérifienne des pétroles (³) et les observations de surface recueillies dans le Rif oriental par J. Marcais, ou en bordure du Prérif par J. Gubler et R. Lévy.

Après cette phase tectonique majeure, suivie d'une transgression marine au Tortonien-Sahélien, des mouvements postérieurs au Pliocène ont redressé celui-ci et ont affecté le pays, préalablement plissé, de failles sensiblement Ouest qui compliquent encore la tectonique locale.

L'établissement de coupes détaillées est en outre rendu difficile du fait de la similitude des faciès marneux entraînant souvent la confusion du Crétacé et des terrains plus récents; enfin, des complications naissent aussi de la différence de plasticité entre les marnes crétacées et leur couverture normale gréseuse nummulitique; celle-ci s'est mal adaptée aux déformations subies par ces marnes infiniment mobiles.

Dans le pays crétacé de Char Alia, entre l'Oued Roumam et l'Oued Zez, les marnes du Crétacé supérieur replissées sur elles-mêmes dessinent des écailles jalonnées par des dolomies et du gypse du Trias, par des blocs de Jurassique, de gneiss, de gabbros et d'ophite qu'on peut suivre sur plusieurs kilomètres suivant une direction constante NO. Ce sont là des accidents étroits, resserrés au Sud entre les synclinaux imbriqués du Nummulitique.

Le Djebel Djlaoulaoua correspond, par exemple, à un de ces grands synclinaux à fond burdigalien étroit. Sous son bord Ouest relevé jaillissent des lambeaux de poussée de Lutétien, tandis que le flanc oriental plonge vers l'Est et s'enfonce dans le Crétacé de l'Oued Zez qui paraît ici le chevaucher.

Le style général en écailles orientées NO se resserre de l'O-SO vers le N-NE, depuis les plaines du Rharb jusqu'à l'Oued Zendoula.

(¹) Séance du 23 juin 1941.

(²) *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 1094.

(³) Nappe définie sur la zone plus externe par les sondages de la Société Chérifienne des Pétroles mentionnés dans plusieurs travaux, dont W. Bruderer, *Structures jurassiques de la Région de Petitjean. Conditions tectoniques rencontrées dans les forages pour la recherche du pétrole* (*IIe Congrès mondial du pétrole*, 1937, p. 450).

Au Djebel Si Ameur, près de Souk el Arba du Rharb ([4]), et au Djebel Touidjer, ce sont encore de larges cuvettes emboîtées, à fond large et plat; mais, en abordant le Djebel des Masmouda et des Rhouna au NE, les écailles se pressent. Dans l'Oued Zez déjà, peu en amont de son confluent avec l'Oued Loukhos, le plan de chevauchement des diverses écailles se redresse; il devient de plus en plus vertical entre l'Oued Zez et l'Oued Zendoula, point où le serrage est très intense. Ceci explique le placage entre Zitouna et Brikcha de lames crétacées et éocènes entre lesquelles s'infiltre du Trias ou du Jurassique, tantôt en paquets pris dans la série comme des plis perçants (Fertha), tantôt en véritables témoins isolés comme à l'Aviation d'Ouezzane.

C'est dans l'Oued Zendoula que l'écaillement atteint son maximum d'écrasement. Le désordre tectonique qui y règne, et le changement brusque du faciès du Crétacé qui apparaît le long de cet oued ont d'ailleurs été déjà évoqué, par J. Bourcart et J. Lacoste.

Dans une course commune avec J. Marçais, nous avons été frappés de la similitude de ce terrain avec la série schisteuse charriée du Taïnest dans le Rif oriental, plus spécialement étudiée par lui. Cette série schisteuse comprend du Jurassique et du Crétacé inférieur, mais il paraît difficile d'attribuer ici au seul Jurassique les bancs calcaires notés par J. Bourcart sur sa carte.

Aux Oulad Allal, au confluent de l'Oued Zendoula et de l'Oued Loukhos, la série schisteuse, plus tranquille, paraît s'avancer directement sur l'Éocène marneux à silex de la série du Prérif.

En résumé, le serrage qui a accompagné le glissement de la nappe sur son substratum autochtone se traduit, dans notre région, par un écaillement orienté NO, sensiblement parallèle à la direction générale de la branche occidentale de la virgation rifaine. Ces écailles tendent à s'empiler verticalement aux abords du Zendoula où le Prérif fait place à la série schisteuse.

GÉOPHYSIQUE. — *Sur la chaleur interne du globe et l'énergétique du volcanisme.* Note ([1]) de M. **Alexandre Dauvillier**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Nous avons tenté ([2]) de préciser la structure interne du globe par des considérations basées sur les statistiques de Farrington relatives aux analyses chimiques des météorites. Nous avons, depuis, cherché à appliquer ces résultats au problème de la chaleur interne.

([4]) M. Tenaille, *Tectonique de la région du Rharb* (*ibid.*).

([1]) Séance du 16 juin 1941.

([2]) *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 452; *Astronomie*, 52, 1938, pp. 529-541.

I. *Structure*. — Les planètes denses sont essentiellement constituées d'un noyau de ferro-nickel entouré d'une scorie de silicates (sial et sima) respectivement représentés par les sidérites ($d_m = 8,0$) et les météorites pierreuses ($d_m = 3,5$). Admettons que, dans le cas d'une grosse planète comme la Terre, le fer entraîné dans le sima soit négligeable et cherchons la densité moyenne de la scorie : le rapport du sial au sima nous est donné par : *a*. le rapport Al^2O^3/MgO dans les météorites; *b*. la proportion de Al^2O^3 dans les roches terrestres (sial); *c*. celle de MgO dans les météorites (sima). Nous trouvons ainsi que la masse du sial est égale au cinquième de celle du sima. Si nous prenons $d_m = 3,0$ comme densité moyenne du sial (basaltes $2,7 < d < 3,3$) et $d_m = 3,4$ pour celle du sima (péridots $3,3 < d < 3,45$), nous trouvons $d_m = 3,33$ pour celle de la lithosphère et en déduisons les dimensions du noyau, du sima et du sial.

Comme justifications : *a*. cette densité est précisément celle de la Lune, qui apparaît comme une faible masse (1/26) empruntée à la lithosphère; *b*. le noyau représente 0,680 de la masse du globe, alors que les statistiques de Farrington donnent une proportion de 0,684 de ferro-nickel libre dans les météorites [3].

Le sial lui-même peut être scindé en roches acides superficielles (granites et trachytes : $d_m = 2,65$) et en basaltes neutres ($d_m = 3,1$). On calcule ainsi l'épaisseur de la croûte terrestre (52^{km}), qui ne doit son individualité qu'à la différence de fusibilité de ces deux types de roches.

II. *Radioactivité*. — L'activité des diverses couches du globe nous est donnée par les mesures effectuées sur les roches terrestres et les météorites.

Celle du sial est due, à parts égales, à l'uranium, au thorium et au potassium. Le sima et le noyau sont exempts de K, mais le ferro-nickel doit sa légère activité à une trace d'uranium. Dans le tableau ci-après l'activité de chaque couche est calculée en *radium*, d'après la quantité de chaleur dégagée par chacun des éléments U, Th, K en équilibre avec ses produits actifs. La quantité de chaleur libérée dans chaque couche est indiquée dans la dernière colonne.

---

[3] Nous avions précédemment admis (*loc. cit.*) que le *fer natif* de Farrington était effectivement du fer pur, ce qui conduisait à une proportion de

$$68,4\,Fe + 6,5\,Ni + 0,44\,Co + \ldots = 0,754$$

de ferro-nickel, incompatible avec la densité des roches péridotites. Nous étions conduit à une lithosphère de 1300^{km} (au lieu de 1425). La séismologie indique, selon les méthodes, une discontinuité entre 1200 et 1500^{km}.

Couche.		Densité (dm).	Épaisseur (km).	Volume $V.10^{24}$ cm³.	Masse $M.10^{24}$ g.	Radioactivité g Ra par g roche.	Radium 10^{13} g.	Chaleur 10^{12} cal/sec.
Sial	Granites.....	2,7	15	7,6	20,7	9.10^{-12}	18,6	6,9
	Trachytes ...	2,7	37	19,0	51,3	9.10^{-12}	46,2	17,1
	Basaltes.....	3,1	156	79,4	247	$4,5.10^{-12}$	111,0	41,1
Sima.............		3,4	1217	469	1597	5.10^{-13}	80,0	29,6
Noyau		8,0	4946	508	4064	5.10^{-14}	20,3	7,5
Globe.............		5,52	6371	1083	5980		276,1	102,2=Q

III. *Le volcanisme.* — La quantité de chaleur q, issue par conduction de la croûte terrestre, est égale à KS/G, K étant le coefficient de conductibilité thermique des roches acides (granites $K = 9,7.10^{-3}$ c. q. s.), G le degré géothermique moyen ($G = 3.10^{-3}$ cm) et S la surface du Globe. On trouve ainsi $q = 16.10^{-12}$ cal-sec^{-1}, soit seulement 0,157 de la chaleur totale Q. Si l'on admet que 8.10^{12} cal-sec^{-1} sont, en outre, extraites par les eaux thermales, continentales et océaniques, on peut rendre compte de la chaleur produite dans l'écorce, mais non de l'énorme quantité d'énergie libérée à l'intérieur.

Cette énergie est hors de proportion avec celle nécessitée par les séismes et l'orogénèse. Nous admettons qu'elle est la cause du volcanisme, mais encore ne peut-on en rendre compte qu'à la condition de vaporiser, à sa température critique, une grande quantité d'eau et de surchauffer la vapeur produite. Le volcanisme apparaît ainsi comme une gigantesque machine thermique à vapeur d'eau. En admettant 1000° pour température finale de la vapeur, on calcule ainsi que la quantité d'eau annuellement mise en œuvre est de 3.10^{18} g, soit 2.10^{-6} de la masse des océans. Si la lave est une *mousse minérale*, une *émulsion* renfermant dix fois son poids de vapeur surchauffée, l'exsudat minéral annuel est, au plus, de 100 km³.

Cette limite supérieure doit être réduite, dans la proportion mal connue mais faible, de la dépense d'énergie nécessitée par l'ascension des laves d'environ 70 km et de la chaleur absorbée par la chimie du volcanisme. Un tel exsudat n'est pas hors de proportion avec l'activité, assez cachée, du volcanisme océanique. Le Pacifique renferme 3000 îles volcaniques apparentes issues de fosses profondes. Le Skeptar Jokul a émis, en 1783, 500 km³ de laves.

On voit que ces considérations énergétiques jettent un jour nouveau sur le caractère du volcanisme. Elles sont incompatibles, en particulier, avec la théorie d'A. Gautier basée sur l'eau de constitution des roches, avec

celle de Suess relative à l'origine volcanique des eaux océaniques (eaux juvéniles), et ne s'accordent qu'avec la conception de la pénétration accidentelle des eaux océaniques par les grandes fractures de l'écorce. Si ces fractures ne jouaient pas, le flux géothermique serait 6,4 fois plus grand et l'écorce amincie par fusion, conditions réalisées sur les astres privés d'océans. Il nous reste à montrer par quel mécanisme ce volcanisme océanique est responsable de l'orogénèse et des séismes.

HYDROLOGIE. — *L'adduction des eaux des Vals de Loire.* Note (1) de M. **Henri Desrumaux** (2).

Depuis longtemps envisagée et reconnue *inéluctable* à plus ou moins brève échéance, l'*adduction des eaux des Vals de Loire* s'impose, à présent, de façon *urgente*, du fait que les *eaux de source* utilisables du bassin de la Seine, toutes aujourd'hui captées au profit de la capitale, arrivent à peine à fournir *le tiers* de l'*eau potable* qui lui est indispensable, et que les puisages, de plus en plus intensifiés, en Seine et en Marne, auxquels les services de distribution sont obligés de recourir pour y suppléer et satisfaire, en outre, aux besoins de la voirie, atteignent journellement, à Paris 1250000$^{m^3}$, et en banlieue 500000$^{m^3}$, soit au total plus de 20$^{m^3}$ *par seconde*, alors que la limite réglementaire fixée à ces prélèvements est de 3$^{m^3}$ *par seconde*. Maintenir ces puisages exagérés et, à fortiori, continuer à les accentuer, exposerait l'agglomération parisienne à manquer d'eau de distribution au retour, *inévitable*, des années de sécheresse qui, 14 *fois* entre 1892 et 1922, ont mis à l'arrêt les usines de pompage. De là la nécessité, chaque jour plus impérieuse (la consommation d'eau augmentant de 7 % par an) de s'approvisionner hors du bassin de la Seine, problème vital, qui, de l'avis des services compétents, ne comporte qu'une solution, la *dérivation* d'une partie des eaux du bassin de la Loire.

L'importance de l'entreprise (elle reviendrait actuellement à 4 milliards) jointe à cette particularité que, grâce à l'altitude relativement élevée du lit de la Loire, l'eau prise au fleuve ou dans ses rives pourrait s'écouler par simple gravité, c'est-à-dire sans aucune dépense de pompage, jusqu'aux réservoirs de Paris et de la banlieue, explique le nombre considérable

(1) Séance du 23 juin 1941.

(2) Résumé d'un Mémoire déposé à l'Académie le 16 avril 1941.

d'études dont elle a fait l'objet depuis que, sous Louis XIV, P. Riquet, le créateur du Canal du Midi, en dressa les premiers plans.

Cet ingénieur, qui avait surtout en vue l'alimentation du château de Versailles et des pièces d'eau du parc, prenait l'eau d'adduction directement à la Loire. Cette disposition fut conservée, avec des variantes dans le tracé du canal de dérivation, par presque tous les auteurs des projets qui suivirent (Marivetz en 1786, Radiguel en 1852, Graff et Comoy en 1856, E. Belgrand, le collaborateur d'Haussmann en 1858, Sellier en 1880, Sainjon en 1900, Maëh et Blondel en 1908).

En 1857, Grissot de Passy, ayant constaté que le fond des rives sablonneuses qui bordent la Loire sur 120^{km} de son parcours à partir de son confluent avec l'Allier renfermait une eau remarquablement pure, provenant d'infiltrations naturellement *clarifiées* et *rafraîchies* par les sables, proposa de la capter de préférence à l'eau brute du fleuve. D'abord rejetée, cette idée devait être reprise, en 1910, par la Ville de Paris. Tous ces projets se heurtèrent d'ailleurs à l'opposition irréductible de toutes les populations des régions riveraines de la Loire, qui attribuent à l'*humidité* du sol, elle-même due au voisinage du fleuve, la grande fertilité des cultures agricoles, horticoles et maraîchères qui ont valu à la Touraine le beau surnom de Jardin de la France, et qui soutiennent que des prélèvements importants, *indéfiniment* poursuivis dans la Loire, dont le débit est déjà très réduit en été, ou dans les rives, risqueraient d'avoir des conséquences désastreuses, en asséchant les terres, en tarissant les puits, etc., et seraient non moins préjudiciables aux pêcheries et à la navigation.

Dans ces conditions le problème à résoudre se posait comme suit :

Comment *assurer*, *en tout temps*, malgré l'inconstance du débit de la Loire, dont le lit est presque à sec la moitié de l'année, et *sans provoquer d'abaissement de niveau*, soit *dans le fleuve*, soit *dans la nappe souterraine des rives*, la dérivation *régulière* et *continue* d'un important volume d'eau (1 million de mètres cubes par jour au minimum), l'*épuration* et le *rafraîchissement* de l'eau captée étant d'autre part garantis par un séjour suffisamment prolongé dans les sables ?

La solution qui a prévalu jusqu'à présent et que la Ville de Paris a adoptée pour l'établissement de son projet de 1910, dont elle a poursuivi l'étude jusqu'en 1931, consiste à édifier sur la Loire, à Villerest, un peu plus de 200^{km} *en amont* de la zone sablonneuse, un barrage capable d'emmagasiner, en hautes eaux, un volume d'eau évalué à 160 millions de mètres cubes, et dont la restitution au fleuve, durant les cinq mois de basses eaux,

lui conserverait son débit normal, en compensant les prélèvements opérés par une ligne de captages, longue de 40 à 60^{km}, installée à 100^{m} des rives et à une profondeur de 8^{m},50 dans les sables.

Or il faut bien remarquer que, vu l'éloignement du barrage de Villerest, une *très faible fraction* seulement de l'eau *restituée*, répartie entre les cinq mois de basses eaux, réussirait à gagner la zone des prélèvements, puis à pénétrer dans les sables en longeant cette zone, car elle aurait naturellement tendance à suivre, en grande partie, le lit fluvial, dont le fond est, au surplus, colmaté; qu'en tout cas, elle ne parviendrait aux captages que *tiédie* par son long parcours en *nappe mince* (la période des basses eaux correspondant aux mois les plus chauds de l'année) alors qu'une des principales qualités requises d'une eau d'adduction destinée à l'alimentation est la *fraîcheur*. Il est non moins certain que des captages vidant, *sans arrêt*, l'eau des sables, à 8^{m},50 de profondeur, ne donneraient aucune garantie contre l'asséchement des terres baignées par la Loire après les captages, ni surtout de celles contiguës à la longue zone des Vals. J'ajoute que les observations faites sur place conduisent à admettre que, dans la région sablonneuse constituant les Vals de la Loire, le lit du fleuve, autrefois large de 2 à 3^{km} et profond de 10 à 12^{m}, a progressivement passé à une largeur de 250 à 400^{m} et à une profondeur de 5 à 6^{m} par suite des apports alluvionnaires qui, au cours des siècles, l'ont partiellement comblé; que, néanmoins, une partie de l'eau venant d'amont continue à suivre l'ancien lit fluvial en s'infiltrant au travers des sables qui l'encombrent, et dans lesquels, grossie des infiltrations qui traversent les parois latérales des rives, elle forme une nappe souterraine glissant lentement en direction de l'Océan. On a d'ailleurs constaté que cette nappe, prise jusqu'ici pour un *lac souterrain*, suit toutes les fluctuations de la Loire et *remplit les sables* en hautes eaux, pour disparaître presque entièrement en basses eaux.

Dès lors, il suffit, pour *dériver* cette nappe, d'empêcher son évasion en fermant les Vals, sur toute leur largeur, par des barrages établis, *en aval* des captages et sur les 9/10e de la hauteur des sables, de façon à ne pas entraver entièrement la circulation de la nappe fluviale ni celle de la nappe souterraine, ces deux nappes étant simplement maintenues à un niveau *surélevé*, réglable à volonté, qui aurait pour effet d'intensifier la production des infiltrations et de *régulariser*, au lieu de l'amoindrir, l'*humidification* des terrains de la région des Vals. Mais l'avantage le plus caractéristique et, de beaucoup, le plus important de ces barrages établis *en aval* des

captages serait (le pouvoir d'absorption des sables de la Loire atteignant 40 % de leur volume) de constituer, dans la partie fermée des Vals, une impressionnante réserve de *plus de* 600 *millions de mètres cubes d'infiltrations*, que des prélèvements continus, poursuivis pendant les 5 mois de basses eaux, au rythme de 3 *à* 4 *millions de mètres cubes par jour*, ne parviendraient pas à épuiser avant le retour périodique des hautes eaux.

Le problème de l'adduction des eaux des Vals de Loire, à l'étude depuis près de trois siècles, peut donc être considéré comme définitivement résolu.

BOTANIQUE. — *Sur la structure du gynécée de deux* Rinorea (*Violacées*). Note de M. **Claude Arnal**, présentée par M. Auguste Chevalier.

Le gynécée des *Viola* a reçu des interprétations diverses. En particulier, il est généralement considéré comme formé de trois carpelles égaux, ouverts et concrescents sur toute leur longueur, avec un ovaire uniloculaire portant trois placentas pariétaux. Cependant Kraemer (¹), Bugnon (²) et Saunders (³) ont montré que le style n'est parcouru que par une seule nervure médiane et antérieure, bifurquée ou non dans le stigmate. C'est là un caractère anatomique qui s'ajoute à divers caractères morphologiques (style genouillé, tête stigmatique appendiculée) pour rendre le gynécée symétrique seulement par rapport au plan médian antéro-postérieur de la fleur. Bugnon (²) s'est appuyé notamment sur ce caractère anatomique pour interpréter le gynécée des *Viola* comme formé d'une seule feuille carpellaire antérieure, trilobée comme une feuille végétative, dont le lobe médian formerait à lui seul le style; les lobes latéraux, homologues des lobes stipulaires, ne dépasseraient pas le niveau de l'ovaire; ils y formeraient les pièces regardées habituellement comme les deux carpelles latéraux. Mais les auteurs précédents n'ont observé que le seul genre *Viola* dans la famille des Violacées. Or ce genre ne représente dans la famille qu'un groupe caractérisé par ses fleurs zygomorphes; un autre groupe possède des fleurs actinomorphes (*Rinorea*, etc.).

Pour choisir entre les interprétations proposées, il était donc intéressant d'étudier des espèces de Violacées à fleurs régulières. C'est dans ce but

---

(¹) *Viola tricolor* (*Inaug. Dissert.*, Marburg, 1897).

(²) *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 1174.

(³) *Ann. of Bot.*, **41**, 1927, p. 620.

que nous avons examiné deux espèces de *Rinorea*, *R. physiphora* (Mart.) et *R. guianensis* (Aubl.), dont nous avons pu trouver des échantillons dans les herbiers du Conservatoire de Botanique de Dijon.

Dans ces deux espèces, le style est droit, tronqué à angle droit au sommet et sans tête stigmatique distincte; de plus, ce style est parcouru dans toute sa longueur par trois cordons libéro-ligneux, qui sont les prolongements des cordons interplacentaires (nervure médiane des trois carpelles généralement admis); les cordons placentaires, eux, se terminent librement au sommet de l'ovaire. Le style de ces deux *Rinorea*, au contraire de celui des *Viola*, ne présente donc pas, ni dans son organisation morphologique, ni dans sa structure anatomique, de plan de symétrie unique. Par conséquent, si l'on admet l'interprétation de Bugnon, il faut considérer ici les lobes stipulaires de la feuille carpellaire unique comme aussi développés que le lobe médian, semblables à lui, et prenant part eux aussi à la constitution du style.

Mais, s'il n'y a pas de symétrie bilatérale dans le style, celle-ci existe dans l'ovaire de l'un au moins de ces deux *Rinorea*. Dans les deux espèces étudiées, les placentas sont uniovulés et les ovules hyponastes. Chez *Rinorea physiphora*, les trois ovules sont insérés au même niveau; ils sont anatropes et horizontaux, tout à fait semblables entre eux. Chez *Rinorea guianensis*, les trois ovules sont encore insérés au même niveau, vers le milieu de l'ovaire, mais si les deux antérieurs sont parfaitement anatropes et pendants dans la moitié inférieure de la loge ovarienne, le postérieur n'est que semi-anatrope et occupe la moitié supérieure de la cavité ovarienne. Les trois ovules paraissent normalement constitués, pour autant qu'on en peut juger sur du matériel d'herbier; cependant, dans la diagnose de *Rinorea guianensis*, Blake (¹) signale que la capsule ne contient qu'une graine, ce qui laisse supposer que seul l'ovule postérieur évolue normalement. Nous n'avons pas pu jusqu'ici étudier de fruit assez développé pour vérifier ce fait.

Si l'étude de ces deux cas particuliers ne permet pas de choisir définitivement en faveur de l'une des interprétations antérieurement proposées pour le gynécée des *Viola*, on peut cependant affirmer que la symétrie bilatérale du style dans ce genre paraît être en rapport avec la zygomorphie générale de la fleur. S'il y a trois feuilles carpellaires dans le pistil des

---

(¹) *Contrib. U.-S. Nat. Herb.*, Washington, 20, part 13, 1924.

Violacées, dans les fleurs zygomorphes, les deux pièces latérales sont moins développées que la médiane qui, seule, prolonge sa nervure médiane dans le style; dans les fleurs actinomorphes, les trois pièces peuvent être exactement semblables ou ne différer que par des inégalités dans la fertilité ou la position des ovules.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *L'accélération basifuge de l'appareil conducteur des Gymnospermes, ses conséquences pour leur ontogénie et leur phylogénie.* Note de M. **Édouard Boureau**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Après l'observation d'un grand nombre de plantules de Conifères, pour déterminer leur ontogénie et leur rapport avec la phylogénie ([1]), j'ai pu me rendre compte de la réalité de l'accélération basifuge.

Il est incontestable que, si l'accélération basifuge dans l'évolution vasculaire des Gymnospermes est moins rapide que chez les Dicotylédones et les Monocotylédones, ce qui n'est pas étonnant puisque ces dernières plantes sont les plus récentes, cette accélération n'en est pas moins marquée. L'évolution vasculaire est plus accélérée dans les cotylédons du *Pinus palustris*, où l'on voit se succéder et disparaître le bois alterne et intermédiaire plus rapidement que dans l'hypocotyle et la racine. Il ne s'agit pas d'une théorie, mais d'une réalité photographiable. Ces faits, nous les avons trouvés dans un grand nombre d'espèces de la famille des Pinacées; ils sont exactement conformes à ceux publiés par Gustave Chauveaud en 1910 dans ses *Recherches sur les tissus transitoires du corps végétatif des plantes vasculaires*.

Pour les anatomistes qui douteraient encore de cette réalité, nous avons fait des expériences sur l'axe des plantules de Gymnospermes. Nous nous sommes demandé si, sous l'action de piqûres dans l'hypocotyle de jeunes plantules de *Pinus longifolia* où la différenciation était encore à son début, la marche de l'évolution ne serait pas troublée. Nous avons alors constaté que la région traumatisée a subi une accélération très nette dans l'évolution de son appareil conducteur. Il s'est produit du bois superposé, le bois alterne et le bois intermédiaire étant plus ou moins résorbés; nous obtenions ainsi des éléments de *structure-tige* entre deux régions saines au-dessous et au-dessus, conservant toujours la *structure-racine*. Dans ces conditions,

([1]) Édouard Boureau, *Ann. Sc. Nat. Bot.*, 2e série, 1, 1939, p. 68.

lorsque nous déclarons que c'est à la suite de l'accélération basifuge que, dans la tige, les deux premières phases de l'évolution vasculaire sont sautées, nous ne faisons pas une hypothèse, nous nous conformons aux données de l'expérience. D'ailleurs l'ontogénie vasculaire comparée des diverses phyllorhizes des plantules des Pins démontre la même réalité.

Alors, pourquoi certains anatomistes ou paléobotanistes de grande valeur n'acceptent-ils pas encore l'accélération basifuge? Pourquoi trouvent-ils qu'elle est en contradiction formelle avec trois principes (2), tels que la différenciation hâtive amenant l'inversion de la phylogénie dans l'ontogénie, la différenciation basipète des faisceaux foliaires dans la tige des Phanérogames, l'évolution différentielle des parties?

Puisque l'accélération basifuge est un fait rigoureusement établi par l'observation et l'expérience, elle ne peut être renversée par des principes ou par des conceptions théoriques. La contradiction n'est certainement qu'apparente. Elle provient d'une interprétation des faits due à l'application d'une méthode d'observation insuffisante.

En effet l'anatomie classique, avant la découverte de l'évolution vasculaire, était presque uniquement basée sur la méthode statique où l'on décrit exactement dans l'espace la structure d'une plantule d'un âge déterminé sans suivre sa formation dans le temps. Or notre anatomie nouvelle, résultant de l'application d'une méthode différente, la méthode dynamique, détermine l'édification des structures dans l'espace et dans le temps. Par des coupes comparables, sur un grand nombre d'individus d'âge différent, nous suivons exactement dans l'espace et dans le temps tous les détails de leur développement sans faire aucune théorie, nous observons la construction de la plante vasculaire, phyllorhize par phyllorhize à partir de l'œuf et l'ontogénie de son appareil conducteur.

D'autre part, nous venons de trouver que, dans les deux cycles de l'évolution vasculaire des plantes vivantes et fossiles se rencontrent deux dispositions vasculaires tubulaires complètement différentes et qu'il ne faut pas confondre; la disposition vasculaire excentrique du premier cycle, primitif, dont le xylème est à différenciation centrifuge et la disposition pseudo-excentrique tubulaire du deuxième cycle, possédant encore du bois centripète coexistant avec du bois centrifuge. De même, il peut y avoir également deux sortes de dispositions vasculaires en gouttière correspondant à chacune des deux dispositions tubulaires : dans le premier cycle, la forme en gouttière dérive de la

(2) *Comptes rendus*, 212, 1941, pp. 712-713.

forme tubulaire primitive; dans le deuxième cycle, c'est l'inverse, la forme en gouttière précède la forme tubulaire plus évoluée.

On conçoit alors comment les paléobotanistes, non prévenus, découvrant dans la tige de l'*Heterangium*, du *Lyginopteris* ou des *Sphenophyllum* la présence d'une forme vasculaire tubulaire, n'ont pas vu qu'il s'agissait d'une formation pseudo-excentrique. Ils ont d'abord pensé, très logiquement, que l'ordre de l'évolution vasculaire avait été infirmé et, de plus, qu'ils avaient assisté à une inversion de l'ordre phylogénétique dans l'ontogénie. En réalité, il n'y a jamais dans l'appareil conducteur inversion de la phylogénie dans l'ontogénie.

Nous n'insisterons pas sur le principe de la différenciation basipète des faisceaux foliaires dans la tige des phanérogames. Cette différenciation n'est pas contraire à l'évolution vasculaire ni à l'accélération basifuge, mais souvent parallèle.

Enfin le principe de l'évolution différentielle des parties, depuis les admirables découvertes de l'évolution vasculaire et de la constitution phyllorhizaire des plantes vasculaires par Gustave Chauveaud (1911) disparaît. On ne plus opposer l'appareil conducteur de la feuille ou de la tige à l'appareil conducteur de la racine quand on a déterminé exactement leur ontogénie. Dans les plantules des Conifères, l'évolution vasculaire se fait toujours de la même manière, mais avec des vitesses de résorption différentes dans leur tissu. Au début, pour les plantules à ontogénie lente, la même structure vasculaire de la racine se rencontre aussi bien dans les phylles cotylédonaires que dans la tige.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Prés d'une insertion radicellaire, des vaisseaux échappent aux lois fondamentales de l'évolution vasculaire.* Note de Mlle **Madeleine Fourcroy**, présentée par M. Louis Blaringhem.

On sait avec quelle rigueur G. Chauveaud (1911) a établi les lois fondamentales de l'évolution de l'appareil conducteur, combien nombreux sont les échantillons qui ont vérifié et confirmé ses conclusions. Au point de vue vasculaire notamment, dans la racine, les éléments apparaissent suivant trois phases successives dont l'ordre est invariable. Si les éléments de la seconde phase peuvent être supprimés (différenciation centripète s'effectuant jusqu'au centre, ou influence de l'accélération basifuge), cela ne modifie en rien la marche générale du phénomène.

J'avais été frappée depuis longtemps de la présence d'éléments vasculaires, isolés ou peu nombreux, situés sur les flancs du xylème alterne, alors que la phase superposée centrifuge n'était pas encore commencée. Il m'avait semblé que ces vaisseaux, que j'appelais aberrents faute de pouvoir les comprendre dans le cycle normal de l'édification du convergent, avaient une évolution lente : ils demeurent longuement à l'état prédifférencié; je dis *longuement*, car c'est dans l'espace que je les ai suivis, non dans le temps, ce qui est pratiquement impossible. Ce faisant, je les trouve localisés de façon variable : tantôt près des vaisseaux alternes les plus anciens, tantôt vers la partie moyenne du faisceau centripète (*fig.* 1), tantôt à l'extérieur des vaisseaux de la phase intermédiaire tangentielle

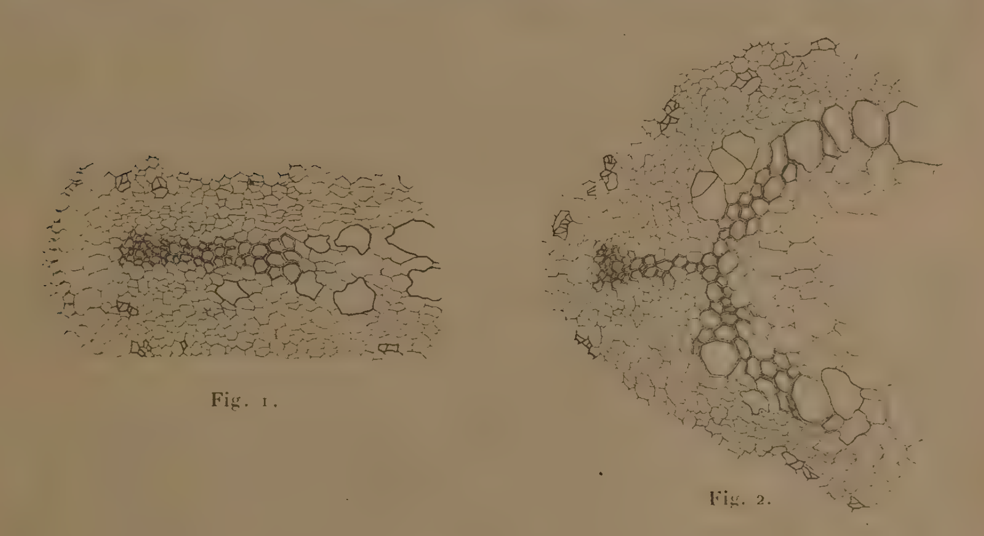


Fig. 1.

Fig. 2.

avec lesquels ils sont ou non en contact (*fig.* 2, branche inférieure ou branche supérieure).

Une étude serrée m'a prouvé que ces vaisseaux participent, à un niveau inférieur plus ou moins proche, à l'alimentation d'une radicelle. Dans cette Note, je ne puis que signaler leur existence. J'ai choisi deux niveaux très différents de la racine du *Lupinus albus* (Papilionacées). Pour le premier (*fig.* 1), la différenciation centripète se réalise presque jusqu'au centre (6^{cm} du collet); il y a tout au plus une dizaine d'éléments médullaires. Les quatre vaisseaux les plus internes, en voie de différenciation, sont les premiers de la phase tangentielle; la troisième phase superposée centrifuge n'est pas commencée, et cependant, prédifférencié au même titre que ceux du centre, un vaisseau se trouve sur le flanc droit de la phase alterne, seul,

sans liaison apparente avec quelque élément que ce soit susceptible de lui faire attribuer une place rationnelle dans l'évolution.

Le second niveau (*fig.* 2) correspond à un stade évolutif plus avancé; le parenchyme médullaire y est largement développé ($3^{cm},5$ environ du collet); la phase intermédiaire tangentielle, bien représentée, se termine par de grands éléments en voie de différenciation (1 à gauche, 2 à droite). Et déjà, un gros vaisseau parfaitement lignifié se trouve à l'*extérieur* et au contact des vaisseaux intermédiaires moyens sur la branche droite du convergent; il est suivi par un vaisseau en voie de formation également *externe* par rapport aux vaisseaux formés. De façon analogue, à gauche, trois gros éléments vasculaires sont prédifférenciés à l'*extérieur* des vaisseaux intermédiaires dont ils sont séparés par une assise de cellules parenchymateuse.

Tous ces éléments sont *en marge* de l'édification normale du convergent; ils ne sont là qu'en fonction de la part qu'ils doivent prendre, un peu plus bas, à l'alimentation d'une radicelle dont ils assurent le raccord indirect.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le métabolisme glucidique des ceps de vigne sains et court-noués.* Note de MM. **Marcel Bosc** et **Christian Benezech**, présentée par M. Émile Schribaux.

Nous nous sommes proposé d'étudier comparativement le métabolisme glucidique des ceps de vigne sains et des ceps atteints de court-noué.

L'étude analytique des sucres réducteurs, témoins de ce métabolisme, a été effectuée par la méthode de G. Bertrand, après défécation au noir animal et au sous-acétate de plomb, précaution nécessaire pour éliminer tous composés réducteurs autres que les sucres et notamment les tannins. Nous nous sommes adressés pour cette étude à des souches de variété *Aramon* et *Carignan*. Les organes étudiés furent les feuilles, les sarments, les racines et les fleurs.

Dans une première série de recherches effectuées en juin 1939, nous avons opéré sur des sucs obtenus par pression; les résultats ont été les suivants :

	Sain.	Court-noué.	Différence.
Suc des feuilles........	9,5	15,1	+58,95 %
» fleurs..........	6,7	4,3	−35,82 %

Ces résultats sont exprimés en grammes de glucose par litre de suc.

En septembre 1940, de nouveaux essais ont été entrepris. Notre matériel a été cette fois soumis à une diffusion prolongée dans de l'eau à 80°; la solution obtenue a été déféquée comme il est indiqué plus haut : sur une portion, le dosage a été effectué directement; une autre partie a été hydrolysée à raison de 90^{cm^3} de liquide déféqué pour 10^{cm^3} de ClH pur, ceci en vue d'étudier éventuellement la teneur en sucres hydrolysables.

Nos résultats sont rassemblés dans le tableau ci-dessous, exprimés en grammes de glucose par kilogramme de matériel.

		Sain.	Court-noué.	Différence (%).
Feuilles.	Avant hydrolyse....	19,7	29,15	+47,9
	Après »	19,7	30,53	+54,9
Sarments.	Avant hydrolyse....	6,8	11,0	+37,2
	Après »	7,4	11,88	+38,1
Racines.	Avant hydrolyse....	13,63	7,95	−71
	Après »	13,70	7,82	−75

Ces résultats montrent que seuls importent les sucres non hydrolysables, les différences obtenues avant et après hydrolyse étant de l'ordre des erreurs d'expérience.

Ceci montre encore qu'il n'y a pas de quantités appréciables de saccharose dans les ceps que nous avons étudiés, du moins à la période où ont été faites nos analyses.

Ainsi il y a plus de sucres réducteurs dans les feuilles et dans les sarments, moins dans les fleurs et les racines de sujets court-noués, comparativement aux mêmes organes des sujets sains.

Cette glycogénèse anormale des tissus foliaires explique l'atténuation de la maladie à l'obscurité et son aggravation par l'exposition aux rayons solaires, ainsi que le fait que les ceps court-noués portent des grappes nombreuses en raison de l'abondance des réserves glucidiques dans les sarments. Pour la même raison, la *coulure* constatée au moment de la floraison trouve son explication dans la teneur moins grande en sucres réducteurs des organes floraux.

Enfin il convient de rapprocher, en vue d'une étude ultérieure, cette glycogénèse intense des tissus foliaires et la glycolyse des tissus cancéreux signalée par Warburg.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la diffusion du vanadium chez les végétaux.* Note de M. **Didier Bertrand**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

En 1900, Demarçay (¹), faisant l'étude spectrale de divers bois, a reconnu en particulier le vanadium. Il a formulé toutefois des réserves sur l'origine réelle de cet élément et pensé qu'il pouvait provenir d'impuretés des réactifs ou de poussières.

Cornec en 1919, Boyd et De en 1933, Konishi et Tsuge en 1936 ont signalé, également par la méthode spectrale, du vanadium dans quelques plantes. Mais pour aucun il n'y a de certitude concernant l'origine de cet élément.

Avant eux, O. E. von Lippmann, en 1888, par la méthode chimique, avait signalé la présence du vanadium dans un matériel d'origine végétal, la mélasse de betterave. H. ter Meulen, en 1931, en trouvait occasionnellement $3^{mg},3$ par K dans l'*Amanita muscaria* et 0,7 dans l'ail, mais il n'en trouvait pas dans six autres champignons, ni dans l'oignon. Enfin, sans donner aucun détail, B. Nemec, en 1926, en signalait des traces presque imperceptibles dans les cendres de Charme et Hêtre.

La seule méthode qui soit décrite avec quelque précision, celle de ter Meulen, est longue et peu sensible; aussi, voulant reprendre l'étude de la question, j'en ai cherché et trouvé une autre. Cette méthode est basée sur la séparation préalable du vanadium par le sel ammoniacal de la nitrosophénylhydroxylamine (ou *cupferron*), puis, après éloignement du fer et du titane par l'ammoniac (dans certaines conditions) et du cuivre par l'hydrogène sulfuré, du dosage colorimétrique de sa combinaison avec le cupferron en solution dans le chloroforme. Cette méthode permet de doser jusqu'à la limite inférieure de $0^{mg},002$ de V dans 100^{g} de matière sèche.

Résultats. — Les échantillons végétaux ont été choisis aussi propres que possible et lavés avec soin quand il y avait lieu. Les racines, difficiles à nettoyer convenablement, ont été éliminées, sauf quelques-unes qui ont été analysées à part.

(¹) Les indications bibliographiques et les détails seront donnés dans une autre publication.

Voici un certain nombre des résultats obtenus :

	V en mg par K/sec.
Cryptogames.	
Fougère à l'aigle	0,35
Chanterelle	0,43
Pelvetia caniculata	0,53
Fucus vesiculosus	0,79
Ulva latissima	2,4
Phanérogames, plantes à la floraison.	
Maïs	0,27
Trèfle rouge	0,38
Iris germanique	0,47
Luzerne	0,49
Mauve	0,64
Fève	0,70
Haricot vert	0,76
Sarrazin	1,0
Tabac des paysans	1,2
Morelle noire	2,1
Cresson	2,4
Plantain long	3,8
Plantain major	4,2
Feuilles.	
Tabac des paysans, Houblon, Chanvre	0,22 à 0,32
Fusain du Japon, Poireau, Figuier	0,34 à 0,48
Vigne, Lierre, Poirier, Sapin pectiné	0,50 à 0,56
Châtaignier, Cèdre, Scarole (feuilles vertes)	0,63 à 0,85
Chou (feuilles vertes), Pêcher	1,1 à 1,2
Épinard, Mâche	1,8 à 1,9
Organes divers.	
Orange, Fraise cultivée, Ail	0,36 à 1,1
Graines.	
Fève, Pois chiche, Soja oléagineux	moins de 0,02
Sainfoin, Lupin blanc, Haricot blanc	0,09 à 0,18
Avoine	0,35
Tabac des paysans	1,2

Conclusions. — Le vanadium a été trouvé dans les 62 espèces analysées. Les parties aériennes des plantes fleuries contiennent de $0^{mg},27$ à $4^{mg},2$ de V

au kilogramme de matière sèche. Les graines de Légumineuses sont très pauvres, sans que la partie aérienne le soit; en moyenne le vanadium existe chez les végétaux dans une proportion de l'ordre de grandeur de 1 millionnième du poids de la matière sèche.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action de l'acide periodique sur l'acide hexosediphosphorique.* Note de M. **Jean Courtois**, présentée par M. Maurice Javillier.

L'acide hexosediphosphorique (ester fructofuranose-1-6-diphosphorique) est oxydé par l'acide periodique en deux molécules d'acide formique, une d'acide phosphoglycolique et une de diosephosphate (ester phosphorique de l'aldéhyde glycolique) :

$$\underbrace{PO^2H^3-O-CH^2-C(OH)-CHOH-CHOH-CH}_{\text{—O—}}-CH^2-OPO^3H^2+3IO^4H$$
$$= PO^3H^2-O-CH^2-CHO+2HCOOH+PO^3H^2-O-CH^2-CO^2H+3IO^3H.$$

Nous avons confirmé cette équation par diverses déterminations analytiques et l'identification des corps formés. En 48 heures, à 20°-25°, une molécule d'acide hexosediphosphorique réduit trois molécules d'acide periodique avec formation d'une molécule d'un aldéhyde qui n'est pas le formol. L'acidité du milieu à la thymolphtaléine ne varie pas au cours de la réaction. Les trois molécules d'alcali libérées par réduction de l'acide periodique, bivalent à la thymolphtaléine, en acide iodique, monovalent à cet indicateur, sont donc salifiées par la formation de trois fonctions acides.

Trois molécules de brome sont réduites en milieu bicarbonaté pour oxyder les composés formés par oxydation periodique. Cette oxydation s'effectue ainsi :

$$2HCO^2H+Br^2 = 2CO^2+4HBr$$
$$PO^3H^2-O-CH^2-CHO+Br^2+H^2O = PO^3H^2-O-CH^2-CO^2H+2BrH.$$

L'acide phosphoglycolique ainsi formé, associé à celui formé par oxydation periodique, a été isolé à l'état de sel tribarytique à $4H^2O$.

		Ba.	P^2O^5.
Résidu fixe % trouvé après calcination	76,68	52,49	18,03
» calculé	76,2	52,27	17,97

a. Acide formique. — Il se forme environ deux molécules d'acide

formique, dosé après entraînement à la vapeur d'eau dans le distillat par acidimétrie et par bromométrie. L'acide a été en outre identifié par ses réactions analytiques.

b. Diosephosphate. — Il ne se libère pas d'acide phosphorique au cours de l'oxydation periodique. Après cette oxydation, environ la moitié du phosphore organique est acido-labile et libérable par l'eau oxygénée alcaline, caractères que présente le diosephosphate, l'acide phosphoglycolique ne libérant que des traces d'acide phosphorique dans ces conditions. Après réduction du periodate en excès et de l'iodate formé, les esters phosphoriques sont précipités à l'état de sel de baryum en milieu alcoolique. Ce précipité complexe renferme du diosephosphate; son hydrolyse sulfurique à 100° ou diastasique par la phosphatase d'Amande a été suivie analytiquement. Les résultas obtenus concordent avec ceux obtenus par hydrolyse du diosephosphate (¹): en milieu acide une molécule d'aldéhyde donne naissance à une molécule d'acide phosphorique et une molécule d'un corps cupro-réducteur à froid, oxydable par une molécule d'acide periodique avec formation de formol. L'hydrolyse, qui libère une molécule d'aldéhyde glycolique par molécule de diosephosphate, et l'oxydation periodique subséquente, qui donne naissance à une molécule de formol, ne modifient pas la concentration en aldéhydes évaluée par la mesure du pouvoir mercuro-réducteur à froid.

Avec la phosphatase, les résultats sont identiques, à cette différence près qu'il se libère de l'acide phosphorique à partir de l'acide phosphoglycolique. L'acide glycolique obtenu au cours de cette hydrolyse a été identifié par la réaction d'Elgrüve (²) avec le dioxynaphtalène.

c. Acide phosphoglycolique. — Après oxydation periodique, l'excès de cet acide et l'acide iodique formés sont précipités par neutralisation à la baryte; dans le filtrat, le diosephosphate est hydrolysé par chauffage d'une heure à 100° dans un milieu N en ClH. L'acide phosphorique libéré est précipité à l'état de sel de baryum et l'acide phosphoglycolique purifié par recristallisation de son sel de baryum. Les divers précipités retiennent fortement l'acide phosphoglycolique isolé avec un faible rendement à l'état de sel tribarytique à $4H_2O$.

Résidu fixe %, 75,73; Ba, 51,42; P_2O_5, 17,3.

(¹) P. Fleury et J. Courtois, *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 219.
(²) *Z. anal. Chem.*, 89, 1922, p. 121.

Ce sel, après hydrolyse sulfurique, donne la réaction d'Elgrüve.

Conclusions. — Une molécule d'acide hexosediphosphorique est oxydable à 20° par trois molécules d'acide periodique; il se forme deux molécules d'acide formique, une de diosephosphate et une d'acide phosphoglycolique. Ces divers corps ont été dosés et identifiés. Nous pouvons ainsi confirmer la constitution attribuée à l'hexosediphosphate.

La séance est levée à 15h30m.

A. Lx.

ERRATA.

Pour les séances des 4, 9 et 16 juin, *au lieu de* Présidence de M. Ernest Esclangon, *lire* Présidence de M. Hyacinthe Vincent.

(Séance du 23 juin 1941.)

Note de M. *Pierre Lehmann*, Diminution artificielle de la radiosensibilité de la peau et des muqueuses en röntgenthérapie :

Page 1104, lignes 7 et 13 en remontant, *au lieu de* 250 kV, *lire* 280 kV.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Publications périodiques reçues pendant l'année 1940.

L'Académie des sciences exprime ses remercîments aux Établissements qui lui ont envoyé leurs Publications.

La cote qui suit le titre de chaque périodique est celle de l'*Inventaire des périodiques scientifiques des bibliothèques de Paris* (1); les cotes du supplément I de cet inventaire portent un indice en chiffres, celles du supplément II, un indice en lettres.

Le titre des périodiques nouvellement créés est inscrit en caractères gras.

EUROPE.

France.

Asnières. — *Chronique médicale (La)*, C 386.
Bayonne. — Société des sciences, lettres et arts : *Bulletin*, B 1553.
Besançon. — Observatoire national : *Annales*, A 882A; *Bulletin météorologique*, O 84.
— *Annales françaises de chronométrie*, A 1096A.
Dax. — Société de Borda : *Bulletin*, B 1418.
Dijon. — ***Bulletin des recherches sur la genèse et la prophylaxie du cancer.***
La Houga (Gers). — Observatoire : **Publications** (extrait de l'*Astronomie*).
Le Mans. — Société d'agriculture, sciences et arts de la Sarthe : *Bulletin*, B 1735.
Lille. — *Information médicale (L')*, I 175.
Marseille. — Musée colonial : *Annales*, A 865.
— *Journal des Observateurs*, J 607.
— *Marseille médical*, U 46.
Parc-Saint-Maur. — Institut de physique du globe. Observatoire géophysique du Parc-Saint-Maur : *Bulletin séismique*, I 240A.

(1) Paris, Masson, 1924-1925; 4 fasc. et 2 suppléments (1929-1939), 23cm.

Paris. — Académie d'agriculture de France : *Comptes rendus hebdomadaires des séances,* B 1861.

— Académie de médecine : *Bulletin,* B 894.

— Académie des sciences : *Annuaire,* I 235 ; *Comptes rendus hebdomadaires des séances,* C 758.

— Association amicale des anciens élèves de l'École centrale des arts et manufactures : *Bulletin,* B 914.

— Association amicale de secours des anciens élèves de l'École Normale supérieure : *Annuaire,* A 2386.

— Association de documentation scientifique, industrielle et commerciale : *Bulletin,* A 2283.

— Automobile-Club de France : *L'Action automobile.*

— Banque de France : *Assemblée générale des actionnaires,* B 14².

— Banque franco-polonaise : *Assemblée générale ordinaire.*

— Bureau des Longitudes : *Annuaire,* A 1370.

— Bureau d'études géologiques et minières coloniales : *Publications.*

— Bureau français du catalogue international de la littérature scientifique : *Bibliographie scientifique française,* B 247.

— Bureau Veritas : *Bulletin technique,* B 2504.

— Caisse nationale de la recherche scientifique. Service de recherches d'astrophysique : *Annales d'astrophysique.*

— Centre de l'entr'aide pour les soldats et les travailleurs des territoires d'Outremer dans la Métropole : *Bulletin* (*éditions Afrique du Nord, arabe, indochinoise*).

— Centre national de la Recherche scientifique : **Bulletin analytique.**

— Club alpin français : *Revue* (*La Montagne*), B 1919.

— Comité électrotechnique français et Union technique des syndicats de l'Electricité : *Revue générale de l'Électricité,* L 183.

— Comité national permanent des Chambres de commerce et des Chambres d'agriculture : *Compte rendu de la Réunion du* 8 *janvier* 1940.

— Compagnie d'assurances générales contre l'incendie et les explosions : *Compte rendu à l'Assemblée générale des actionnaires.*

— Compagnie d'assurances générales sur la vie : *Comptes rendus à l'Assemblée générale des actionnaires.*

— Compagnie des Chemins de fer du Midi : *Comptes de l'exercice; Rapport du Conseil d'administration,* R 71.

— Compagnie des Mines d'Ostricourt : *Assemblée générale ordinaire.*

— Compagnie du Chemin de fer de Paris à Orléans : *Rapports du Conseil d'administration et de la Commission de vérification des comptes,* R 57.

— Compagnie universelle du canal maritime de Suez : *Assemblée générale des actionnaires; Comptes de l'exercice.*

— Conseil d'hygiène publique et de salubrité de la Seine : *Compte rendu des séances,* C 742.

— Conservatoire national des Arts et Métiers : *Le travail humain,* R 1140^1B^.

— Ecole de psychologie et Société de psychothérapie : *Bulletin.*

PARIS. — Électricité et gaz du Nord : *Rapport du Conseil d'administration.*

— Établissements Kuhlmann : *Assemblée générale ordinaire.*
— Institut catholique : *Bulletin*, B 1011.
— Institut de physique du globe. Observatoire géophysique : *Voir* PARC-SAINT-MAUR.
— Institut international d'anthropologie : *Revue anthropologique*, R 1462.
— Institut océanographique : *Annales*, A 873; *Rapport pour l'année*, I 257[2].
— Institut Pasteur : *Annales*, A 874.
— Ministère de la guerre. Service de santé militaire : *Revue*, J 476.
— Ministère des colonies : *Annales de médecine et de pharmacie coloniales*, A 820.
— Ministère du commerce. Direction de la propriété industrielle : *Bulletin officiel de la propriété industrielle*, C 98; *Moniteur (Le) officiel du commerce et de l'industrie*, M 1226.
— Muséum national d'histoire naturelle : *Bulletin*, B 2017.
— Observatoire de Paris : *Bulletin astronomique*, B 854.
— Office international des musées : *Mouseion*, M 1283[1].
— Office international d'hygiène publique : *Bulletin mensuel*, B 1042.
— Préfecture de police. Direction de l'hygiène, de la protection de l'enfance et du travail : *Rapport sur les opérations du service d'inspection des établissements classés dans le département de la Seine*, R 111 *bis*.
— Service hydrographique de la marine : *Phares et signaux de brume. Séries A. J.*
— Services techniques d'hygiène de la Ville de Paris : *Annales*, A 1062.
— Société amicale de secours des anciens élèves de l'École polytechnique : *Bulletin*, B 1163[B].
— Société astronomique de France : *L'Astronomie*, A 2471.
— Société chimique de France : *Bulletin (Documentation, Mémoires)*, B 1180.
— Société commerciale française au Chili : 47[e] *Assemblée générale ordinaire.*
— Société de biologie : *Comptes rendus des séances*, C 675.
— Société de chimie industrielle : *Chimie et Industrie*, C 342.
— Société de chimie physique : *Journal de chimie physique*, J 368.
— Société de géographie : *La Géographie*, G 233.
— Société d'encouragement pour l'industrie nationale : *Bulletin*, B 1296.
— Société des agriculteurs de France : *Revue des agriculteurs de France*, B 1522.
— Société de secours aux blessés militaires des Armées de terre et de mer : *Bulletin mensuel*, B 1610.
— Société des ingénieurs civils de France : *Bulletin*, B 1537; *Mémoires*, M 583.
— Société des ingénieurs professionnels : *Bulletin mensuel.*
— Société française de physique : *Le Journal de Physique et le Radium.*
— Société française des électriciens : *Bulletin*, B 1644.
— Société géologique de France : *Compte rendu sommaire des séances*, C 767.
— Société mathématique de France : *Bulletin*, B 1658.
— Société nationale d'horticulture de France : *Bulletin mensuel*, A 952.
— Syndicat des médecins hygiénistes français et Société de médecine publique : *Le mouvement sanitaire*, M 1294 *bis*.

PARIS. — Union géodésique et géophysique internationale. Association de géodésie : *Bulletin géodésique*, B 2177[1]; *Travaux de l'Association internationale de géodésie*, T 449[1].

— Union sociale d'ingénieurs catholiques : *Écho*, E 18.

— Université : *Annales*, A 900[1].

— Urbaine (L'). Compagnie d'assurances contre l'incendie : *Comptes rendus des opérations à l'Assemblée générale ordinaire des actionnaires*.

— *Annales d'astrophysique*.

— *Annales de chimie*, A 832.

— *Annales de géographie*, A 837.

— *Annales de physique*, A 832.

— *Annales des ponts et chaussées*, A 1473.

— *Anthropologie (L')*, M 129.

— *Archives de médecine et de pharmacie navales*, A 2134.

— *Bip (Bulletin d'informations pratiques)*, B 362[B].

— *Bulletin d'information espagnole*.

— *Bulletin des sciences mathématiques*, B 1843.

— *Chaleur et industrie*, C 202.

— *Éducation (L') physique*, E 129.

— *France (La) agricole*, F 133.

— *Information (L') universitaire*, I 179.

— *Journal de mathématiques pures et appliquées*, J 467.

— *Journal de pharmacie et de chimie*, B 1787.

— *Mémorial de l'artillerie française*, M 677 *bis*.

— *Molière. La défense médicale*.

— *Nature (La)*, N 52.

— *Orientation (L') économique, industrielle et financière*, O 195[A].

— *Progrès (Le) médical*, P 684.

— *Revue anthropologique*, R 1462.

— *Revue de métrologie pratique et légale. Poids et mesures*. R 1164[1].

— *Revue de pathologie comparée et d'hygiène générale*, R 1166.

— *Revue des questions de défense nationale*.

— *Revue de viticulture*, R 1197.

— *Revue du nickel*, R 1293[A].

— *Revue économique et financière*, R 1300[6].

— *Revue générale des sciences pures et appliquées*, R 1362.

— *Revue scientifique illustrée* (Revue rose), R 1216.

— *Scène et monde*.

— *Technique (La) moderne*, T 50.

ROUEN. — Société normande d'études préhistoriques : *Bulletin*, B 1694[2].

SAINT-ÉTIENNE. — Société de l'industrie minérale : *Revue de l'industrie minérale*, R 1123.

TALENCE. — Observatoire : *Bulletin*, B 1032.

TOULON. — *Côte d'Azur (La) médicale*, C 1049[1].

TOULOUSE. — Académie des sciences, inscriptions et belles-lettres : *Mémoires*, H 74.

Toulouse. — Observatoire astronomique et météorologique : *Annales*, A 891 ; *Catalogue photographique du ciel*.
— Société d'astronomie populaire : *Bulletin mensuel*, B 1286.
Trans (Var). — *Les Archives de Trans en Provence*.

Allemagne.

Berlin. — Preussische Akademie der Wissenschaften : *Abhandlungen*, M 944.
Dresde. — *Photographie und Forschung*, P 280A.

Belgique.

Bruxelles. — Académie royale de Belgique. Classe des sciences : *Bulletin*, B 895.
— Académie royale de médecine de Belgique : *Bulletin*, B 899 ; *Mémoires*, M 440.
— Ministère de l'agriculture : *Bulletin du Jardin botanique de l'État*, B 1995.
— Musée royal d'histoire naturelle de Belgique : *Bulletin*, B 2016 ; *Mémoires*, M 576 ; *Mémoires hors série*.
— Office central de statistique : *Bulletin de statistique*, B 2535A.
Liége. — Société géologique de Belgique : *Bulletin*.
— Société royale des sciences : *Bulletin*, B 1738A ; *Mémoires*, M 557.
Louvain. — Société scientifique de Bruxelles : *Annales*, A 1101 ; *Revue des questions scientifiques*, R 1252.
Tervueren. — Musée du Congo belge : *Annales*, A 1083.
Uccle. — Observatoire royal de Belgique : *Annales; Annuaire*, A 1315 ; *Bulletin astronomique*, B 852A ; *Bulletin séismique*, B 2490.

Danemark.

Kobenhavn (Copenhague). — Kgl. Danske Videnskabernes-Selskabs (Académie royale des sciences et des lettres) : *Biologiske Skrifter*, S 372 ; *Mathematisk-fysiske Meddelelser*, K 59.

Espagne.

Madrid. — Observatorio astronomico : *Anuario*, A 1908.
San Fernando. — Instituto y Observatorio de Marina : *Almanaque nautico*, A 555.

Grande-Bretagne et Irlande.

Cambridge. — Philosophical Society : *Biological Review*, P 536[1] ; *Proceedings*, P 536.
Dublin. — Royal Irish Academy : *Proceedings*, P 600.
Edinburgh. — Royal Society : *Proceedings*, P 602.

GREENWICH. — Royal Observatory : *Report of the Astronomer Royal to the Board of Visitors*, R 429.

LIVERPOOL. — Union géodésique et géophysique internationale. Association d'océanographie physique : *Publication scientifique.*

LONDON. — British Association for the Advancement of Science : *Report* (*The advancement of Science*).

— British Astronomical Association : *Journal*, J 798.

— Chemical Society : *Journal*, M 601.

— Colonial Office. Discovery Committee : *Discovery Reports*, D 222[A].

— Geological Society : *Quarterly Journal*, Q 11.

— Institution of Civil Engineers : *Journal*, M 943.

— Institution of Mechanical Engineers : *Proceedings*, P 560.

— Mathematical Society : *Proceedings*, P 569.

— Meteorological Office : *Monthly Weather Report*, M 781; *Professional Notes*, M 784.

— Ray Society : *Publications; Report of the Council.*

— Royal Aeronautical Society : *Journal*, J 840[1].

— Royal Astronomical Society : *Monthly Notices*, M 1256; *Occasional Notes.*

— Royal Geographical Society : *Geographical Journal*, C 231.

— Royal Microscopical Society : *Journal*, T 361.

— Royal Society : *Obituary Notices of Fellows*, O 0[1]; *Philosophical Transactions*, P 225; *Proceedings*, A 72; *Year Book*, Y 20.

— Royal Society of Medicine : *Proceedings*, P 603.

— Stationery Office : *The Nautical Almanac and Astronomical Ephemeris*, N 73.

— *Nature*, N 51.

— *The Observatory*, O 111.

TEDDINGTON. — Department of scientific and industrial Research. National Physical Laboratory : *Report for the Year*, N 26.

Grèce.

ATHÈNES. — *Revue des sciences économiques et financières*, R 1258[A].

Hongrie.

BUDAPEST. — Ungarische Akademie der Wissenschaften : *Mathematischer und natürwissenschaftlicher Anzeiger*, M 140; *Register der Zeitschrift mathematischer und naturwissenschaftlicher Anzeiger.*

— *The Hungarian Quarterly*, H 141[A].

Italie.

BOLOGNA. — Societa italiana di fisica : *Il nuovo cimento*, G 348.

CAMERINO. — Universita. Instituti scientifici. Societa eustachiana : *Bollettino.*

CITTA DEL VATICANO. — Pontificia Academia scientiarum : *Acta; Commentationes*, P 354[1A].

MILANO. — Ministero dei Lavori pubblici. Ufficio idrografico del genio curle per gli studi del bacino del Po. Sezione distaccata di Milano : *Statestica delle Arie dei bacini idrografici.*

— Reale Istituto lombardo di scienze e lettere : *Memorie*, M 705 *bis; Rendiconti*, R 175.

— *Scientia*, R 1665.

MODENA. — Reale Accademia di scienze, lettere ed arti : *Atti e Memorie*, M 710.

NAPOLI. — Societa italiana di Biologia sperimentale : *Bollettino*, B 618[1].

PADOVA. — R. Universita : *Rendiconti del Seminario matematico*, R 329[B].

PARMA. — Ministero dei lavori pubblici. Servizio idrografico. Ufficio idrografico del Po. Sezione di Parma : *Pubblicazione*, M 926[A].

ROMA. — Consiglio nazionale delle Ricerche : *La ricerca scientifica*, B 567[A].

— Institut international d'agriculture : *Revue internationale d'agriculture*, B 1902.

— Ministero dell' aeronautica. Ufficio centrale delle telecommunicazioni e dell' assistenza del volo : *Riassunto mensile*, R 1621[1A]; *Rivista di meteorologia aeronautica*, R 1659[A]; *Sondaggi aerologici*, S 526[A].

— Ministero dell'agricoltura e delle foreste : *Nuovi annali dell' agricoltura*, A 1131.

— Id. Fondazione per la sperimentazione agraria : *Annali delle sperimentazione agraria*, A 1148[A].

— Reale Accademia d'Italia. Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali : Rendiconti.

— Reale Accademia nazionale dei Lincei : *Atti*, A 2546; *Memorie*, A 2546.

— R. Osservatorio e museo astronomico di Roma (Monte Mario) : *Contributi scientifici* (*Nuova serie*).

TORINO. — Reale Accademia delle Scienze : *Atti*, A 2547; *Memorie*, M 949.

VENEZIA. — Centro volpi di elettrologia : *Bollettino*.

— Reale Istituto veneto di scienze, lettere ed arti : *Atti*, A 2571; *Indice generale dei lavori pubblicati dell'anno accademico* 1894-95 *al* 1937-38; *Memorie*, M 706.

Monaco.

MONACO. — Institut océanographique : *Bulletin*, B 2015.

— Musée océanographique : *Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par Albert Ier Prince souverain de Monaco.*

Pays-Bas.

AMSTERDAM. — Koninklijke Nederlansche Akademie van Wetenschappen : *Mededeelingen; Proceedings; Proceedings of the Section of Sciences*, K 81; *Verhandelingen*, V 25.

AMSTERDAM. — Nederlandsche botanische Vereeniging : *Nederlandsch Kruidkundig Archief* (*Verslagen en Mededeelingen*), N 92; *Recueil des travaux botaniques néerlandais,* N 92.

HAARLEM. — Société hollandaise des sciences : *Archives néerlandaises de physiologie de l'homme et des animaux*, A 2185; *Archives néerlandaises de zoologie,* A 2184^B.

MIDDELBURG. — Zeeuwsch Genootschap der Wetenschappen : *Catalogus van den historish-topografischen atlas.*

'S GRAVENHAGE. — Fédération internationale de documentation : *F. I. D. Communicationes,* I 1^A.

— *Physica*, P 304^B.

UTRECHT. — Rijks Universiteit. Physiologisch Laboratorium : *Onderzoekingen*, O 166.

Portugal.

COIMBRA. — *Noticias farmacéuticas,* N 259^A.

LISBOA. — Academia das ciências : *Anuario academico,* A 78^1A; *Boletim,* B 387^A; *Memorias,* M 689.

— Universidade. Museu e Laboratorio mineralogico e geologico : *Boletim*, B 406 *bis*^A.

SETUBAL. — *A Previsão do tempo.*

Roumanie.

BUCURESTI (BUCAREST). — Académie roumaine : *Bulletin de la section scientifique*, B 1147.

— Institut des sciences de Roumanie (ancienne Académie des sciences) : *Comptes rendus des séances.*

— Institutul Român de energie : *Buletinul « I. R. E. »*, B 770 *bis*^A; [*Publications*].

— Societatea romana de fizica : *Buletinul,* B 777^B.

— Société médicale des hôpitaux : *Bulletins et Mémoires,* B 2170.

— *Convorbiri literare.*

TIMISOARA. — École polytechnique : *Bulletin scientifique* (*Comptes rendus des séances de la Société scientifique*), B 2479^1B.

Russie.

BAKOU. — Académie des sciences de l'U. R. S. S. Filiale de l'Azerbaïdjan : *Izvestia: Troudy* (*Travaux*) (*série géophysique*).

— Id. Institut de botanique : *Troudy* (*Travaux*).

— Id. Institut de zoologie : *Troudy* (*Travaux*).

MOSKVA. — Académie des sciences. Classe des Sciences mathématiques et naturelles : *Comptes rendus* (*Doklady*), C 628; *Priroda* (*La Nature*), P 479[1].
— Id. Institut de botanique : *Botanique soviétique*, S 543[A].
— Id. Institut de chimie générale : *Annales du Secteur d'analyse physico-chimique*, I 411[1].
— Id. Institut de génétique : *Bulletins*.
— Id. Institut de géographie : *Travaux*, T 532 *bis*[2A].
— Id. Institut d'énergétique : *Transactions* (*Izvestia*).
— Id. Institut Dokuchaiev des sols : *Transactions*.
— Id. Institut géologique : *Troudy* (*Travaux*), T 440[5B].
— Id. Institut séismologique : *Publications*, P 829[A].
— Institut de médecine expérimentale : *Archives des sciences biologiques*, A 2157.
— Institut des sciences géologiques : *Travaux*.
— Société des naturalistes : *Bulletin*, B 1629.

Suède.

STOCKHOLM. — K. Svenska Vetenskaps Akademiens : *Arkiv för Kemi, Mineralogi och Geologi*, B 331; *Arkiv för Zoologi*, B 331; *Handlingar*, S 775.
— Statens meteorologisk-hydrografiska anstalt : *Meddelanden* (*Communications*), M 174.
— Sveriges geologiska undersökning : *Årsbok*, S 776 *bis*; *Kartblad*.
UPPSALA. — Regiæ Societatis Scientiarum Uppsaliensis (Kungl. Vetenskaps-Societeten) : *Årsbok*, A 2324.
— Université. Anatomische Institut : *Läkareförenings Förhandlingar*, U 212.
— Id. Observatoire météorologique : *Bulletin mensuel*, B 2318.

Suisse.

BÂLE. — Société de chimie helvétique : *Helvetica chimica acta*, H 52.
BERNE. — Bibliothèque nationale suisse : *Catalogue*.
GENÈVE. — Ligue des Sociétés de la Croix-Rouge : *Bulletin*, B 1128.
— Observatoire : *Publications*, O 29.
— Société de physique et d'histoire naturelle : *Comptes rendus des séances*, C 665; *Mémoires*, M 511.
— Sociétés de la Croix-Rouge : *Revue internationale de la Croix-Rouge*, B 2200.
— *Archives des sciences physiques et naturelles*, B 313.
— *Enseignement* (*L'*) *mathématique*, E 278.
— *Journal de chimie physique* : Voir PARIS.
— *Revue pour l'étude des calamités*.
LAUSANNE. — Société vaudoise des sciences naturelles : *Bulletin*, B 1862; *Mémoires*, M 558[1].

ZURICH. — Eidgenössiche Sternwarte : *Astronomische Mitteilungen*, M 1066.
— Id. International astronomical Union : *Quarterly Bulletin on Solar Activity*.
— Schweizerische meteorologische Zentral-Anstalt : *Annalen*, S 165.

Turquie.

ANKARA. — « *Meteae* » *maden tetkik ve Arama enstitüsü yayinlarindam* (*Veröffentlichung des Institutes für Lagerstaettenforschung der Türkei*).
ISTAMBOUL. — Université. Faculté des sciences : *Revue* (*Istambul üniversitesi fen fakültesi mecmuasi*), I 384[B].
— *La Turquie Kemâliste.*

Yougoslavie.

BEOGRAD (BELGRADE). — Académie royale serbe : *Annuaire* (*Godichnak*), G 367; *Bulletin de l'Académie des sciences mathématiques et naturelles*, A 101[A]; *Comptes rendus* (*Glas*), G 354 *bis*; *Éditions spéciales.*

ASIE.

Chine.

CHANGSHA (HUNAN). — Geological Survey of China : *Paleontologia sinica*, P 16 *bis*.
CHUNGKING (SZECHUAN). — Geological Society of China : *Bulletin*, B 2365[1].
PEI-PAI (SZECHUAN). — Academia Sinica. National Institute of Zoology and Botany : *Sinensia* (*Contributions*), S 343_B.
SHANGHAÏ. — Science Institute : *Journal* (*Studies from the Department of Bacteriology; of Biology; of Geology; of Hygiène*), J 851[A].
— Science Society of China : *Contributions from the biological Laboratory*, C 984[A].
ZI-KA-WEI. — Observatoire : *Bulletin sismique; Revue mensuelle; Triphoons.*

Indes anglaises.

ALIPORE. — *Annual Report of the Chemical examiner's Department Bengal.*
BOMBAY. — Meteorological Department. Government Observatories : *Magnetic, meteorological, atmospheric electric and seismographic Observations made at the Government Observatories Bombay and Alibag*, M 60.
CALCUTTA. — Geological Survey of India : *Memoirs*, M 620; *Records*, R 193.
— Indian Chemical Society : *Journal*, J 817[1].
— Royal Asiatic Society of Bengal : *Year-Book.*

Ceylon. — *Ceylon Journal of Science*, C 198[1].
Kodaikanal. — Observatory : *Bulletin*, K 49.
Lahore. — 26e Indian Science Congress : *Proceedings*.
Poona. — Deccan College. Research Institute : *Bulletin*.
— Indian Mathematical Society : *Journal*, J 818; *The mathematics Student* M 138 *bis*[A].

Indochine.

Cauda. — Institut océanographique de l'Indochine. Station maritime de Cauda : *Notes*, S 317[1].
Hanoï. — Conseil de recherches scientifiques de l'Indochine : *Comptes rendus des séances*, C 973[A].
— Direction des Services économiques de l'Indochine : *Bulletin économique de l'Indochine*, B 2153; *Supplément statistique mensuel*.
— Id. Service de la statistique générale : *Annuaire statistique de l'Indochine*, A 1614[D].
— Service météorologique de l'Indochine : *Bulletin mensuel des observations*.

Japon.

Hirosima. — University : *Journal of Science*, J 775[A].
Keizyô (Keijo). — Imperial University. Medical Faculty : *The Keizyô Journal of Medicine*, M 997.
Kyoto. — Imperial University : *Acta scholæ medicinalis*, A 134.
Nagoya. — University (Nagoya Ikwa-Daigaku) : *The Nagoya Journal of Medical Science*, N 8[1].
Osaka. — Imperial University. Faculty of Medecine : *Collected Papers*.
Ryojun. — College of Engineering : *Memoirs*, M 641[1].
Sapporo. — Hokkaido Imperial University. Faculty of Engineering : *Memoirs*, M 616[2].
— Id. Faculty of Science : *Journal*, J 810[A].
Sendai. — Saito Gratitude Foundation (Saito-Ho-On-Kai) : *Annual Report of the Work*, A 1814[1].
— Tôhoku Imperial University : *Science Reports*, S 215 *bis*; *Technology Reports*, T 59.
— Id. Institut mathématique : *Tôhoku Mathematical Journal*, T 180.
Tokyo. — Agricultural Chemical Society of Japan : *Journal*, J 779[B].
— Chemical Society of Japan : *Bulletin*, B 2355[1].
— Imperial Academy : *Proceedings*, P 554[1].
— Imperial University. Aeronautical Research Institute : *Report*, R 425[1].
— Id. Astronomical Observatory : *Astronomical Bulletin*, T 181[1].
— Id. Government Institute for Infectious Diseases : *Japanese Journal of Experimental Medicine*, J 245[ter 1A].

TOKYO. — Institute of Physical and Chemical Research : *Bulletin*, B 2377[1]; *Scientific Papers*, S 229.
— Iwata Institute of Plant Biochemistry : *Acta phytochimica*, A 131.
— Japan Institute for Science of Labour : *Reports*.
— National Research Council of Japan : *Japanese Journal of Astronomy and Geophysics*, J 245; *Japanese Journal of Botany*, J 245 *bis; Japanese Journal of Engineering*, J 245[ter]; *Japanese Journal of Mathematics*, J 245[ter3]; *Japanese Journal of Medical Sciences*, J 245 *quater; Japanese Journal of Physics*, J 245 *quinter; Report*, N 27[bisA].
— Id. Radio Research Committee : *Report of Radio Research in Japan*, R 425[B].
— Physico-mathematical Society of Japan : *Proceedings*, T 184.
— Society of Mechanical Engineers : *Transactions*, T 407[A].
— University of Literature and Science (Tokio Bunrika Daigaku) : *Science Reports*, S 215[bisA].

Manchoukuo.

HSHINCHING. — Institute of Scientific Research Manchoukuo : *Report*, R 472[A].

Syrie.

KSARA. — Observatoire : *Annales*, A 885[1].

AFRIQUE.

Afrique Occidentale française.

DAKAR. — Institut français d'Afrique Noire : **Bulletin**.
— Service météorologique de l'A. O. F. : *Moyenne mensuelle*.

Algérie.

ALGER. — Institut Pasteur d'Algérie : *Archives*, A 2116[3].

British East African.

NAIROBI. — Meteorological Service : *Bulletins of Daily Rainfall in Kenya Colony; in Tanganyika Territory; in Uganda Protectorate; in Zanzibar Protectorate; Summary of Rainfall in Kenya Colony; in Tanganyika Territory; in Uganda Protectorate*, B 746[A].

Égypte.

CAIRO. — Egyptian University. Faculty of Sciences : *Annual Report*.
— Fouad i University. Faculty of Science : *Publications*.
— Institut d'Egypte : *Bulletin*, B 1016; *Mémoires*, M 590.
— Ministry of Agriculture. Technical and Scientific Service : *Bulletin*, M 939.

Madagascar.

TANANARIVE. — Académie Malgache : *Mémoires*, M 450[1].
— Gouvernement général de Madagascar et dépendances : *Revue de Madagascar*, B 1977.
— *Madagascar aux armées*.

Maroc.

CASABLANCA. — *Revue de radiesthésie*.
RABAT. — Société des sciences naturelles du Maroc : *Bulletin*, B 1576[1].

Réunion (Ile de la).

SAINT-DENIS. — *Recueil trimestriel de documents et travaux inédits pour servir à l'histoire des Mascareignes françaises*.

Tunisie.

TUNIS. — Institut Pasteur de Tunis : *Archives*, A 2117.

AMERIQUE.

Argentine,

BUENOS-AIRES. — Instituto de medicina experimental para el estudio y tratamiento del Cancer : *Boletin*; [*Publications*].
— Ministerio de obras publicas : *Boletin de obras sanitarias de la Nacion*, B 491[A].
— Sociedad cientifica argentina : *Anales*, A 687.

BUENOS-AIRES. — Universidad. Facultad de ciencias economicas. Centro de estudiantes y colegio de graduados : *Revista de ciencias economicas.*

— Id. Facultad de ciencias medicas. Catedra de historia de la medicina : *Publicaciones* [*Publications*].

LA PLATA. — Universidad nacional. Facultad de ciencias fisicomatematicas : *Publicaciones* (*Revista; Publicaciones especiales*), U 113.

— Id. Facultad de quimica y farmacia : *Revista de la facultad de ciencias quimicas*, R 753.

— Id. Observatorio astronomico. Serie astrónomica : *Antes Publicaciones.*

ROSARIO. — Asociacion Juan : *Jandemuc.*

— Universidad nacional del Litoral. Facultad de ciencias matematicas, fisicoquimicas y naturales aplicadas a la industria : *Publicaciones* (*Serie Conferencias y textos; Serie tecnico-cientifica; Serie Universitaria*).

Brésil.

RIO DE JANEIRO. — Academia brasileira de scienoias : *Annaes*, A 748[A].

SAO PAULO. — Universidade. Faculdade de filosofia, ciências e letras : *Boletins*, U 113[B].

Canada.

OTTAWA. — Canadian Patent Office : *Record and Register of Copyrights and Trade Marks*, C 66.

— Department of Mines and Resources. National Museum of Canada : *Bulletin*, G 249.

S[t]-ANDREWS. — Fisheries Research Board of Canada : *Journal*, J 791[1A].

TORONTO. — Royal Astronomical Society of Canada : *Journal*, T 281.

— Royal Canadian Institute : *Proceedings*, C 63; *Transactions*, C 63.

Chili.

CONCEPCIÓN. — Sociedad de Biologia : *Boletin*, B 465[B].

SANTIAGO. — Observatorio del Salto : *Boletin de estudios*, B 522[1].

— Comision chilena de cooperacion intelectual : *Boletin bimestral.*

Colombie.

BOGOTA. — Academia colombiana de ciencias exactas, fisicas y naturales : *Revista*, R 747[A].

Cuba.

LA HABANA. — Oficina interamericana de Marcas : *Boletin*, B 457[A].
— Inter american Trade-Mark bureau : *Bulletin*.
— *Revista de Medicina tropical y Parasitologia, Bacteriologia, Clinica y Laboratorio*, R 787 *bis*[1A].

États-Unis.

ALBANY. — *Astronomical Journal*, A 2454.
ANN ARBOR. — Michigan Academy of Science, Arts and Letters : *Papers*.
— University of Michigan. Laboratory of Vertebrate Genetics; *Contributions*, C 989[1F].
— Id. Museum of Paleontology : *Contributions*.
— Id. Museum of Zoology : *Miscellaneous Publications*, U 160[1]; *Occasional Papers*, O 121.
— Id. Observatory : *Publications*, D 149.
BALTIMORE. — Johns Hopkins University : *American Journal of Mathematics*, A 598; *Circular*, J 274.
BERKELEY. — University of California : *Anthropological Records; Publications* (*in agricultural Sciences; in Zoology; Bulletin of the department of geological Sciences*), U 149.
CAMBRIDGE. — Harvard College Observatory : *Annals*, A 1192; *Annual Report of the Director*, A 1714; *Bulletin*, H 30; *Circular*, A 2468.
CHICAGO. — American Medical Association : *Archives of Dermatology and Syphilology*, J 730.
— Field Museum of Natural History : *Leaflet* (*Botany*), F 57[1]; *Publications* (*Anthropological Series, Botanical Series, Geological Series, Zoological Series*), F 57.
COLOMBUS. — *The Ohio Journal of Science*, O 155.
COLUMBIA. — Missouri Academy of Science : *Proceedings*.
EASTON. — American Chemical Society : *Journal*, J 780.
GOLDEN. — Colorado School of Mines : *Quarterly*, Q 14[1].
IOWA CITY. — State University of Iowa : *Studies*, U 155.
LINCOLN. — University of Nebraska. Nebraska geological Survey : *Paper*.
MINNEAPOLIS. — University of Minesota. Astronomical Observatory : *Publications*, P 849[1A].
MORGANTOWN. — West Virginia University : *Bulletin*.
— Id. Southern Appalachian Botanical Club : *Castanea* (*Journal*).
MOUNT HAMILTON. — University of California. Lick Observatory : *Bulletin*, L 81.
MOUNT WILSON. — Carnegie Institution of Washington. Mount Wilson Observatory : *Annual Report of the Director*, R 461; *Contributions*, C 76.
NEW HAVEN. — *American Journal of Science*, A 608.

NEW YORK. — American Mathematical Society : *Transactions*, T 252.
— American Physical Society : *Physical Review*, P 307.
— Department of Parks. Meteorological Observatory : *Annual Tables*, N 157[1]; *Report*, R 494.
— World Calendar Association : *Journal of Calendar Reform*, J 726[A].
— *The American Naturalist*, A 623.
— *International Conciliation*.

PHILADELPHIA. — Academy of Natural Sciences : *Notulae naturae; Proceedings*, P 498.
— American Association for the Advancement of Science : *Science*.
— American Philosophical Society : *Proceedings*, P 506.
— Franklin Institute : *Journal*, J 812.
— University of Pennsylvania : *Bulletin* (*Catalogue*), U 180.

PROVIDENCE. — Brown University and American Mathematical Society : *Mathematical Reviews*.

SAN DIEGO. — Society of Natural History : *Occasional Papers*, O 122[B]; *Transactions*, T 402[1].

SAN FRANCISCO. — California Academy of Sciences : *Proceedings*, P 534.

TROY. — Rensselaer Polytechnic Institute : *Bulletin*, R 344.

WASHINGTON. — Carnegie Institution. Department of Terrestrial Magnetism : *Annual Report of the Director*, D 131; *List of Publications*.
— Id. Mount Wilson Observatory : *Voir* MOUNT WILSON.
— Department of Agriculture : *Circular*, D 113[1]; *Journal of Agricultural Research*, J 718; *Technical Bulletin*, U 80[1].
— Id. Weather Bureau : *Monthly Weather Review*, M 1269.
— Department of Commerce. Bureau of Standards : *Circular*, C 419; *Handbook*, U 82[B]; *Journal of Research*, B 2551[1].
— Department of Commerce. Coast and Geodetic Survey : *Special Publication*, D 122.
— Department of the Interior. Geological Survey : *Bulletin*, B 2406; *Professional Paper*, U 86; *Water Supply Paper*, W 7.
— Id. Office of Education : *School Life*.
— History of Science Society and International Academy of the History of Science : *Isis*, I 381.
— Library of Congress : *Annual Report of the Librarian*, L 79.
— National Academy of Sciences : *Proceedings*, P 574.
— National geografic Society : *Contributed technical Papers* (*Mexican Archeology Series*), N 20[A].
— Smithsonian Institution : *Annual Report of the Board of Regents*, A 1674; *Publications*; *Smithsonian Miscellaneous Collections*, S 381.
— Id. National Museum : *Proceedings*, P 612; *Reports*, R 553.

Mexique.

MEXICO. — Academia nacional de ciencias « Antonio Alzate » : *Memorias y Revista*, M 695.

MEXICO. — Asociación de Ingenieros y Arquitectos : *Revista mexicana de Ingeniera y Arquitectura*, R 896 *bis*[1].
— Instituto de salubridad y enfermedades tropicales : **Revista**.
— Laboratoire de Plasmogénie : *Bulletin*, B 2006[1A]
— Primer Congreso internacional de Plasmogenia y cultura general especialmente mexicana : *Memorias*.
— Sociedad internacionale de Plasmogenia : *Gaceta de Plasmogenia*.
— Id. et Laboratoire de Plasmogenie : *Voir* Laboratoire de Plasmogénie.
— Sociedad Mexicana de historia natural : **Revista**.
— *Ciencia*.

Pérou.

LIMA. — Academia nacional de Ciencias exactas, fisicas y naturales : *Actas*.
— Sociedad de Ingenieros del Peru : *Informaciones y memorias*, I 169.
— Universidad Major de San Marcos. Facultad de ciencias biologicas, fisicas y matematicas : *Revista de ciencias*, R 721 *bis*.

Uruguay.

MONTEVIDEO. — Sindicato medico del Uruguay : *Numero cientifico de accion sindical*.
— Sociedad de biologia : *Archivos*, A 2267[A].

Venezuela.

CARACAS. — Acadèmia de Ciencias Fisicas, Matematicas y Naturales : *Boletin*, B 433[B].

OCEANIE.

Australie

ADÉLAÏDE. — Hospital : *The Medical and Scientific Archives*, M 289[1].
— University : *The australian Journal of experimental Biology and medical science*, A 2589[1].

SYDNEY. — Royal Society of New South Wales : *Journal and Proceedings*, T 390.

Indes Néerlandaises.

Bandoeng. — Dienst van den Mijnbouw in Nederlandsch-Indië (Service géologique) : *Overdruk; Yaarboek van het Mijnwezen in Nederlandch-Indië*, J 7.

Batavia. — Koninklijk Magnetisch en Meteorologisch Observatorium : *Bewerkt en Uitgegeven; Observations*, O 48; *Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indië*, R 288.

Buitenzorg. — Departement van economische Zaken. Dienst van den Landbouw : *Lijst van Mededeelingen van het algemeen proefstation voor den Landbouw; Mededeelingen van het algemeen proefstation voor den Landbouw*, M 272.

— S' Lands Plantentuin (Institut scientifique de Buitenzorg) : *Bulletin du Jardin botanique*, S 376.

Weltevreden. — Koninklijke Natuurkundige Vereeniging in Nederlandsch-Indië : *Natuurkundig tijdschrift voor Nederlandsch-Indië*, N 70.

— *Pilot Balloon Observations made in the Netherlands Indies*, P 329E.

Philippines (Iles).

Manila. — Department of Agriculture and Commerce. Bureau of Science : *The Philippine Journal of Science*, P 220.

Tahiti.

Papeete. — Etablissements français de l'Océanie. Service météorologique : *Résumé des observations.*

FIN DU TOME DEUX CENT-DOUZIÈME.



COMPTES RENDUS

DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

TABLES ALPHABÉTIQUES.

JANVIER — JUIN 1941.

TABLE DES MATIÈRES DU TOME 212.

I. — PARTIE SCIENTIFIQUE.

A

B

C

D

E

F

G

H

I

L

M

N

O

P

Q

R

S

T

II. — PARTIE ACADÉMIQUE.

B

C

D

E

H

N

P

TABLE DES AUTEURS.

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

K

L

M

N

O

P

Q

R

S

T

U

V

W

Y

Z

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES
115662-42 Paris. — Quai des Grands-Augustins, 55.